



Projekt realizowany
z Narodowym Bankiem Polskim
w ramach programu edukacji ekonomicznej



Narodowy Bank Polski

SIGMA KWADRAT

LUBELSKI KONKURS STATYSTYCZNO- DEMOGRAFICZNY



Projekt realizowany
z Narodowym Bankiem Polskim
w ramach programu edukacji ekonomicznej



Narodowy Bank Polski

PODSTAWOWE ZAGADNIENIA ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK MASOWYCH

PODSTAWOWE ZAGADNIENIA ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK MASOWYCH

- 1. Metody analizy dynamiki zjawisk**
- 2. Model wahań w czasie**
- 3. Wyrównywanie szeregów czasowych**
- 4. Szacowanie wahań okresowych**
- 5. Indeksy dynamiki**
 - indeksy dynamiki indywidualne**
 - indeksy dynamiki wielkości absolutnych**
 - indeksy dynamiki wielkości stosunkowych**



UMCS
UNIWERSYTET MARI CURIE-SKŁODOWSKIEJ



Projekt realizowany
z Narodowym Bankiem Polskim
w ramach programu edukacji ekonomicznej
NBP Narodowy Bank Polski

PODSTAWOWE ZAGADNIENIA ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK MASOWYCH

METODY ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK

Analiza dynamiki polega na przedstawieniu rozmiarów i kierunków rozwoju zjawisk, tzn. na ustaleniu stopnia wzrostu lub spadku badanego zjawiska w czasie. Podstawą analizy dynamiki zjawisk jest *szereg statystyczny czasowy*. Szeregiem czasowym (dynamicznym, rozwojowym, chronologicznym) nazywa się ciąg wartości badanego zjawiska obserwowanego w kolejnych jednostkach czasu.

Rodzaje szeregów czasowych:

- momentów (np. stan zapasów na dzień 31.12.2005r., liczba ludności na 30.06.2005r.),
- okresów (liczba dzieci urodzonych I kwartale 2005r., zysk przedsiębiorstwa w 2005r.)

Do analizy dynamiki można wykorzystać wiele specjalnych mierników statystycznych, wśród nich można wymienić:

- średni poziom zjawiska w szeregu czasowym,
- tendencję rozwojową,
- zmiany w poziomie zjawiska.

Rozszerzona analiza dynamiki zjawiska (szeregu czasowego) powinna zawierać:

- 1) dekompozycję szeregu czasowego - wyodrębnieniu w szeregu czasowym jego elementów składowych tj. *tendencji rozwojowej (trendu), wahań okresowych i wahań przypadkowych*,
- 2) wykorzystanie metod indeksowych, które pozwalają określić tempo i intensywność zmian zjawiska w czasie (czyli dynamikę badanego zjawiska).



PODSTAWOWE ZAGADNIENIA ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK MASOWYCH

METODY ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK

Szeregiem czasowym nazywamy ciąg wyników obserwacji uporządkowanych w czasie.

Analiza szeregów czasowych powinna odpowiedzieć na pytania:

- 1) jaka jest dynamika danego zjawiska,
- 2) jakie czynniki wywołują zmienność tego zjawiska.

W odpowiedzi na te pytania pomocne są:

- metody indeksowe – służą do liczbowego określania tempa i intensywności zmian zjawiska w czasie,
- metody wyodrębniania tendencji rozwojowej (trendu), wahań okresowych i wahań przypadkowych.

Trend wyraża ogólną tendencję rozwojową zjawiska (wydzielenie składnika charakteryzującego trend poprzez eliminację z szeregu wahań okresowych i przypadkowych jest nazywane WYGŁADZANIEM szeregu czasowego).

Wahania okresowe są to zmiany powtarzające się w tych samych mniej więcej rozmiarach co pewien (w przybliżeniu stały) okres (odstęp czasu, w którym występują wszystkie fazy wahań, określa się mianem cyklu).



PODSTAWOWE ZAGADNIENIA ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK MASOWYCH

METODY ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK

Przeciętny poziom zjawiska przedstawionego w postaci szeregu czasowego (przy założeniu równości przedziałów czasowych) oblicza się:

- w przypadku szeregów czasowych okresów za pomocą średniej arytmetycznej,
- w przypadku szeregów czasowych momentów za pomocą średniej chronologicznej:

$$\bar{y}_{ch} = \frac{\frac{1}{2}y_1 + y_2 + \dots + y_{n-1} + \frac{1}{2}y_n}{n-1}$$

Uwaga! Znajomość wahań okresowych (np. wahań sezonowych) pozwala na konstrukcję bardziej wiarygodnych prognoz i podejmowanie optymalnych decyzji gospodarczych.



UMCS
UNIWERSYTET MARI CURIE-SKŁODOWSKIEJ



Projekt sfinansowany
z Narodowego Banku Polskiego
w ramach programu edukacji ekonomicznej

NBP Narodowy Bank Polski

PODSTAWOWE ZAGADNIENIA ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK MASOWYCH

METODY ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK

Model wahań w czasie

Wyodrębnia się:

1) addytywny model wahań w czasie o postaci:

$$Y_t = F(t) + G_{it} + \varepsilon_t ,$$

2) multiplikatywny model wahań w czasie o postaci:

$$Y_t = F(t) \bullet G_{it} \bullet e^{\varepsilon_t} ,$$

gdzie:

t - zmienna czasowa przyjmująca wartości liczb całkowitych z przedziału $(-\infty, \infty)$,

Y_t - poziom zmiennej objaśnianej w okresie t ,

$F(t)$ - funkcja trendu I rodzaju,

G_{it} - funkcja absolutnych wahań okresowych dla $i = 1, 2, \dots, k$ (gdzie: k – liczba podokresów w cyklu okresowości),

ε_t - składnik losowy jako efekt oddziaływania przyczyn losowych,

e - podstawa logarytmu naturalnego.



UMCS
UNIWERSYTET MARI CURIE-SKŁODOWSKIEJ



Projekt sfinansowany
z Narodowego Banku Polskiego
w ramach programu edukacji ekonomicznej

NBP Narodowy Bank Polski

PODSTAWOWE ZAGADNIENIA ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK MASOWYCH

METODY ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK

Ograniczając się do postaci addytywnej oszacowanie modelu wahań w czasie można przedstawić jako:

$$y_t = f(t) + g_{it} + e_t ,$$

gdzie: y_t - zaobserwowany poziom zjawiska w okresie t dla $t = 1, 2, \dots, n$,
 $f(t)$ - funkcja trendu,
 g_{it} - poziom absolutnych wahań okresowych,
 e_t - składnik resztowy.



PODSTAWOWE ZAGADNIENIA ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK MASOWYCH

METODY ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK

WYRÓWNYWANIE SZEREGÓW CZASOWYCH

Metody wyrównywania szeregów czasowych:

- mechaniczna (średnich ruchomych zwykłych i scentrowanych),
- analityczna.

Metoda mechaniczna polega na dopasowaniu do wartości określonej grupy wyrazów szeregu czasowego średniej arytmetycznej wartości tych wyrazów i przesuwaniu tej średniej o jeden wyraz do przodu. W przypadku, gdy grupa wyrazów szeregu czasowego zastępowana przez poziom przeciętny tych wyrazów jest parzysta, wygodnie wykorzystać jest średnią chronologiczną o postaci:

$$\bar{y}_{ch} = \frac{\frac{y_1}{2} + y_2 + y_3 + \dots + y_k + \frac{y_{k+1}}{2}}{k}$$

gdzie:

k - parzysta liczba grupy wyrazów szeregu czasowego.

Metoda analityczna polega na dopasowaniu do całego szeregu czasowego odpowiedniej funkcji matematycznej pełniącej rolę funkcji trendu.



Projekt sfinansowany
z Narodowego Banku Polskiego
w ramach programu edukacji ekonomicznej

NBP Narodowy Bank Polski

PODSTAWOWE ZAGADNIENIA ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK MASOWYCH

METODY ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK

SZACOWANIE WAHAŃ SEZONOWYCH (OKRESOWYCH)

Miernikiem natężenia oddziaływania sezonowości jest wskaźnik sezonowości. Jeżeli w badanym szeregu czasowym obserwuje się wyraźną tendencję rozwojową, to wskaźnik sezonowości szacuje się na podstawie następującego wzoru:

$$O_{it} = \frac{\sum_t y_{it}}{\sum_t \hat{y}_{it}}, \text{ gdzie: } \sum_t y_{it} - \text{suma wartości empirycznych okresów jednoimiennych,}$$
$$\sum_t \hat{y}_{it} - \text{suma wartości teoretycznych okresów jednoimiennych.}$$

W przypadku gdy brakuje wyraźnej tendencji rozwojowej, szacując wskaźnik sezonowości, posługujemy się średnimi arytmetycznymi dla okresów jednoimiennych i wzorem o postaci:

$$O_{it} = \frac{\bar{y}_i d}{\sum_{i=1}^d \bar{y}_i} = \frac{\bar{y}_i}{\bar{y}}$$

Wskaźniki sezonowości oszacowane są dobrze, jeżeli $\sum o_{it} = d$.



Projekt realizowany
z Narodowym Bankiem Polskim
w ramach programu edukacji ekonomicznej



PODSTAWOWE ZAGADNIENIA ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK MASOWYCH

METODY ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK

SZACOWANIE WAHAŃ SEZONOWYCH (OKRESOWYCH) c.d.

W przypadku, gdy ten warunek nie jest spełniony należy wprowadzić współczynnik korygujący k o postaci:

$$k = \frac{d}{\sum_{i=1}^d o_{it}}$$

Następnie, uprzednio otrzymane wskaźniki sezonowości mnoży się przez współczynnik korygujący.

Wskaźnik sezonowości mierzy sezonowość relatywną. Jeżeli $o_{it} = 1$ lub 100 (w %) to nie ma oddziaływania sezonowości. Jeżeli o_{it} jest większy od 100, to określa dodatni wpływ sezonowości na badane zjawisko we wszystkich okresach jednoimiennych, jeżeli o_{it} jest mniejszy od 100 sezonowość powoduje obniżkę poziomu badanego zjawiska we wszystkich okresach jednoimiennych względem trendu lub poziomu przeciętnego.



UMCS
UNIWERSYTET MARI CURIE-SKŁODOWSKIEJ



Projekt sfinansowany
z Narodowego Banku Polskiego
w ramach programu edukacji ekonomicznej

NBP Narodowy Bank Polski

PODSTAWOWE ZAGADNIENIA ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK MASOWYCH

METODY ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK

SZACOWANIE WAHAŃ SEZONOWYCH (OKRESOWYCH) c.d.

Odpowiednikiem wskaźnika relatywnych wahań sezonowych jest poziom absolutnych wahań sezonowych obliczany według wzoru:

$$g_{it} = \bar{y}(o_{it} - 1) \text{ , przy czym : } \sum_{i=1}^d g_{it} = 0$$

Poziom absolutnych wahań sezonowych ustala się zwykle w tych przypadkach, gdy w szeregu czasowym nie występuje wyraźna tendencja rozwojowa i oddziaływanie sezonowości porównuje się do poziomu średniego zjawiska.



UMCS
UNIWERSYTET MARI CURIE-SKŁODOWSKIEJ



Projekt sfinansowany
z Narodowego Banku Polskiego
w ramach programu edukacji ekonomicznej
NBP Narodowy Bank Polski

PODSTAWOWE ZAGADNIENIA ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK MASOWYCH

METODY ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK

Spośród miar dynamiki szeregu czasowego wyróżnia się:

- przyrosty,
- indeksy dynamiki.

Miary dynamiki o podstawie stałej (tzw. jednopodstawowe) służą do określenia zmian, jakie nastąpiły w poziomie zjawiska w kolejnych okresach (momentach) w porównaniu z okresem (momentem) przyjętym jako podstawowy (bazowy). Jako podstawę przyjmuje się poziom zjawiska w wyróżnionym okresie $t^* = k$, przy czym najczęściej jest to pierwszy okres $t^* = 1$.

Miary dynamiki o podstawie ruchomej (tzw. łańcuchowe) służą do oceny zmian, jakie nastąpiły w poziomie zjawiska z okresu (momentu) na okres (moment). Jako podstawę odniesienia przyjmuje się poziom zjawiska w okresie poprzednim $t^* = t - 1$.

Przyrostem względnym nazywamy stosunek przyrostu absolutnego zjawiska do jego poziomu w okresie bazowym. Bywa on określany *wskaznikiem tempa przyrostu*:

$$\text{w postaci jednopodstawowej: } d_t = \frac{y_t - y_k}{y_k};$$

$$\text{w postaci łańcuchowej: } d_{t-1} = \frac{y_t - y_{t-1}}{y_{t-1}}$$



PODSTAWOWE ZAGADNIENIA ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK MASOWYCH

METODY ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK

INDEKSY DYNAMIKI

Indeksem dynamiki nazywa się stosunek poziomu zjawiska w okresie badanym (sprawozdawczym) do poziomu tego zjawiska w okresie podstawowym (bazowym, porównawczym).

Klasyfikacja indeksów dynamiki:

1) indywidualne:

- jednopodstawowe,
- łańcuchowe,

2) agregatowe (zespolowe):

- wielkości absolutnych,
- wielkości stosunkowych .

Indeksy indywidualne jednopodstawowe:

$$\frac{y_1}{y_0}, \frac{y_2}{y_0}, \frac{y_3}{y_0}, \dots, \frac{y_{n-1}}{y_0}, \frac{y_n}{y_0} \quad i_j = \frac{y_i}{y_0} \quad i = 0, 1, 2, 3, \dots, n-1, n.$$

y_n - poziom zjawiska w okresie badanym,
 y_0 - poziom zjawiska w okresie podstawowym.



PODSTAWOWE ZAGADNIENIA ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK MASOWYCH

METODY ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK

Indeksy indywidualne łańcuchowe:

$$\frac{y_1}{y_0}, \frac{y_2}{y_1}, \frac{y_3}{y_2}, \dots, \frac{y_{n-1}}{y_{n-2}}, \frac{y_n}{y_{n-1}} \quad i_l = \frac{y_i}{y_{i-1}}$$

Indeksy wielkości absolutnych (cen, ilości i wartości):

$$i_p = \frac{p_1}{p_0}, \quad i_q = \frac{q_1}{q_0}, \quad i_w = \frac{w_1}{w_0} = \frac{p_1 q_1}{p_0 q_0} = i_p \cdot i_q$$

Aby powyższe relacje były poprawne muszą być spełnione określone warunki:

1. test odwracalności w czasie tzn. jeżeli okresem podstawowym raz jest okres 1 a drugi raz okres 0, to iloczyn indeksów równa się 1, co zapisujemy:

$$\frac{p_1}{p_0} \cdot \frac{p_0}{p_1} = 1$$

2. test odwracalności czynników: $i_w = \frac{w_1}{w_0} = \frac{p_1 q_1}{p_0 q_0} = i_p i_q$

stąd:
$$i_p = \frac{i_w}{i_q} = i_w \cdot \frac{1}{i_q}, i_q = \frac{i_w}{i_p} = i_w \cdot \frac{1}{i_p}$$



PODSTAWOWE ZAGADNIENIA ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK MASOWYCH

METODY ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK

AGREGATOWE INDEKSY DYNAMIKI WIELKOŚCI ABSOLUTNYCH *INDEKSY DYNAMIKI CEN*

Indeks Laspeyresa

$$I_p^L = \frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0} = \frac{\sum p_1 q_0 \frac{p_0}{p_0}}{\sum p_0 q_0} = \frac{\sum p_0 q_0 \frac{p_1}{p_0}}{\sum p_0 q_0} = \frac{\sum w_0 i_p}{\sum w_0}$$

Indeks Paaschego

$$I_p^P = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1 \frac{p_1}{p_1}} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum \frac{p_1 q_1}{p_1}} = \frac{\sum w_1}{\sum \frac{w_1}{i_p}}$$

PODSTAWOWE ZAGADNIENIA ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK MASOWYCH

METODY ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK

AGREGATOWE INDEKSY DYNAMIKI WIELKOŚCI ABSOLUTNYCH *INDEKSY DYNAMIKI ILOŚCI*

Indeks Laspeyresa

$$I_q^L = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0} = \frac{\sum w_0 i_q}{\sum w_0}$$

Indeks Paaschego

$$I_q^P = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_0 p_1} = \frac{\sum w_1}{\sum \frac{w_1}{i_q}}$$



PODSTAWOWE ZAGADNIENIA ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK MASOWYCH

METODY ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK

AGREGATOWE INDEKSY DYNAMIKI WIELKOŚCI ABSOLUTNYCH

INDEKS DYNAMIKI WARTOŚCI:

$$I_w = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0}$$

Równość indeksowa:

$$I_w = I_p^L \times I_q^P = I_p^P \times I_q^L$$



UMCS
UNIWERSYTET MARI CURIE-SKŁODOWSKIEJ



Projekt realizowany
z Narodowego Banku Polskiego
w ramach programu edukacji ekonomicznej

NBP Narodowy Bank Polski

PODSTAWOWE ZAGADNIENIA ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK MASOWYCH

METODY ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK

Pojęcie wielkości stosunkowej

$$x = \frac{a}{b}, \quad a = xb, \quad b = \frac{a}{x}$$

Indywidualny indeks dynamiki wielkości stosunkowej

$$i_x = \frac{x_1}{x_0} = \frac{a_1}{b_1} : \frac{a_0}{b_0} = \frac{x_1 b_1}{b_1} : \frac{x_0 b_0}{b_0} = \frac{a_1}{\frac{a_1}{x_1}} : \frac{a_0}{\frac{a_0}{x_0}}$$

PODSTAWOWE ZAGADNIENIA ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK MASOWYCH

METODY ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK

Agregatowy indeks dynamiki wielkości stosunkowej (indeks wszechstronny)

$$I_x = \frac{X_1}{X_0} = \frac{\sum a_1}{\sum b_1} \cdot \frac{\sum a_0}{\sum b_0} = \frac{\sum x_1 b_1}{\sum b_1} \cdot \frac{\sum x_0 b_0}{\sum b_0} = \frac{\sum a_1}{\sum \frac{a_1}{x_1}} \cdot \frac{\sum a_0}{\sum \frac{a_0}{x_0}}$$

Ze względu na fakt, że:

$$\frac{\sum xb}{\sum b} = \sum x \frac{b}{\sum b}$$

, a także

$$\frac{\sum a}{\sum \frac{a}{x}} = \sum \frac{1}{x} \frac{a}{\sum a}$$

mamy indeksy o stałej strukturze czynników a i b oraz indeksy o zmiennej strukturze
czynników a i b.

PODSTAWOWE ZAGADNIENIA ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK MASOWYCH

METODY ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK

Indeksy dynamiki o stałej strukturze czynnika a

$$I_{x/a_0} = \frac{\sum a_0}{\sum_{x_1} \frac{a_0}{x_1}} : \frac{\sum a_0}{\sum_{x_0} \frac{a_0}{x_0}},$$

$$I_{x/a_1} = \frac{\sum a_1}{\sum_{x_1} \frac{a_1}{x_1}} : \frac{\sum a_1}{\sum_{x_0} \frac{a_1}{x_0}}.$$

Indeksy dynamiki o zmiennej strukturze czynnika a

$${}_a I_{x/x_0} = \frac{\sum a_1}{\sum_{x_0} \frac{a_1}{x_0}} : \frac{\sum a_0}{\sum_{x_0} \frac{a_0}{x_0}},$$

$${}_a I_{x/x_1} = \frac{\sum a_1}{\sum_{x_1} \frac{a_1}{x_1}} : \frac{\sum a_0}{\sum_{x_1} \frac{a_0}{x_1}}.$$

Równość indeksowa

$$I_x = I_{x/a_0} \times_a I_{x/x_1} = I_{x/a_1} \times_a I_{x/x_0}$$



UMCS
UNIWERSYTET MIAŁOŚĆ WARSZAWSKI



Projekt sfinansowany
z Narodowego Banku Polskiego
w ramach programu edukacji ekonomicznej
NBP Narodowy Bank Polski

PODSTAWOWE ZAGADNIENIA ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK MASOWYCH

METODY ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK

Indeksy dynamiki o stałej strukturze czynnika b

$$I_{x/b_0} = \frac{\sum x_1 b_0}{\sum b_0} : \frac{\sum x_0 b_0}{\sum b_0},$$

$$I_{x/b_1} = \frac{\sum x_1 b_1}{\sum b_1} : \frac{\sum x_0 b_1}{\sum b_1}.$$

Indeksy dynamiki o zmiennej strukturze czynnika b

$${}_b I_{x/x_0} = \frac{\sum x_0 b_1}{\sum b_1} : \frac{\sum x_0 b_0}{\sum b_0},$$

$${}_b I_{x/x_1} = \frac{\sum x_1 b_1}{\sum b_1} : \frac{\sum x_1 b_0}{\sum b_0}.$$

Równość indeksowa

$$I_x = I_{x/b_0} \times_b I_{x/x_1} = I_{x/b_1} \times_b I_{x/x_0}$$



PODSTAWOWE ZAGADNIENIA ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK MASOWYCH

METODY ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK

Podstawą analizy są szeregi, w których wielkość zjawiska podana jest w porządku chronologicznym.

Schemat szeregu czasowego

Czas	Wielkość zjawiska
t_i	y_i
t_1	y_1
t_2	y_2
t_3	y_3
...	...
t_n	y_n
Ogółem:	$\sum_i y_i$

PODSTAWOWE ZAGADNIENIA ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK MASOWYCH

METODY ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK

Szeregi czasowe dzielimy ze względu na czas na :

1. Szeregi momentów – takie, w których wielkość zjawiska podana jest w ściśle określonym momencie czasu.

Data n_i	Stan zatrudnionych y_i
30.04	200
31.05	250
01.06	250
31.07	400
Ogółem:	-----

*W szeregach czasowych momentów wielkości zjawiska nie jest bezpośrednio sumowana.
Średni poziom zjawiska w tych szeregach obliczamy na podstawie średniej chronologicznej.*

$$\bar{y}_{ch} = \frac{\frac{1}{2} y_1 + y_2 + \dots + y_n + \frac{1}{2} y_{n+1}}{N}$$

$$\bar{y}_{ch} = (200/2 + 250 + 250 + 400/2) / 3 = 267 \text{ osób}$$

gdzie 3 to liczba miesięcy w kwartale



PODSTAWOWE ZAGADNIENIA ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK MASOWYCH

METODY ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK

2. Szeregi czasowe okresów – takie, które charakteryzują wielkość zjawiska jako przeciętną w badanych podokresach czasu.

Lata t_i	Liczba zatrudnionych y_i
1990	200
1991	220
1992	250
1993	230
1994	240
1995	270
1996	270
1997	300
1998	290
1999	260
Ogółem:	2530

Wielkość zjawiska w tych szeregach możemy bezpośrednio zsumować. Średni poziom zjawiska obliczamy na podstawie średniej arytmetycznej prostej.

$$\bar{y} = \frac{\sum y_i}{N}$$

$$\bar{y} = 2530/10 = 253 \text{ osoby}$$



PODSTAWOWE ZAGADNIENIA ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK MASOWYCH

METODY ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK

Dalsza analiza szeregu sprowadza się do dwóch grup zagadnień:

- I. Badanie kierunku zmian zjawiska w czasie
- II. Badanie stopnia zjawiska w czasie.

Badanie kierunku zmian

Przebieg zjawiska w długich okresach czasu uwarunkowany jest działaniem trzech grup czynników:

- 1. Czynniki przypadkowe** o charakterze losowym, który powoduje nieregularne wahania w trudnych do przewidzenia momentach lub okresach czasu.
- 2. Czynniki cykliczne** powodujące stałe wzrosty lub spadki wielkości zjawiska, charakteryzujące się określonym cyklem zmian. Długość cyklu wahań zależy od rodzaju zjawiska.

Największe znaczenie mają wahania, w których cykl zamyka się w ciągu roku kalendarzowego. Są to wahania sezonowe. Ze względu na rozpoznawalność tego czynnika, jesteśmy w stanie ocenić jego wpływ w następnych okresach czasu.

- 3. Czynniki główne** powodujące jednokierunkowe zmiany zjawiska. Powoduje on, że w długim okresie czasu wielkość zjawiska wykazuje tendencję rosnącą, malejącą lub stabilizację.



PODSTAWOWE ZAGADNIENIA ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK MASOWYCH

METODY ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK

Badanie kierunku zmian

Chcąc wyodrębnić wpływ działania jednego z czynników należy wyeliminować wpływ czynników pozostałych.

Wyodrębnianie tendencji długookresowej (trend):

Wyodrębnianie tendencji długookresowej wymaga ono eliminacji czynnika sezonowego i przypadkowego.

Możemy zastosować tutaj następujące metody:

- *mechaniczne* – np. metoda średnich ruchomych – to średnia arytmetyczna obliczana z nieparzystej liczby danych (trój-, pięcioczłonowa). Metoda ta nie daje możliwości prognozowania. Dlatego też, wykorzystuje się ją najczęściej do określania charakteru trendu.
- *analityczne* – np. metoda najmniejszych kwadratów (MNK). Do zbioru danych empirycznych dopasowujemy odpowiednią postać funkcji matematycznej.



PODSTAWOWE ZAGADNIENIA ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK MASOWYCH

METODY ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK

W przypadku tendencji prostoliniowej postaci: $y = a + bt$, parametry równania obliczamy na podstawie następującego układu równań.

$$\sum_i y_i = aN + b\sum_i t_i$$

$$\sum_i y_i t_i = a\sum_i t_i + b\sum_i t_i^2$$

Zadanie. Spożycie pewnego artykułu (w kilogramach na osobę) w latach 1992 – 1998 kształtowało się następująco:

Lata t_i	Poziom spożycia w kg / osobę y_i
1992	15
1993	17
1994	16
1995	18
1996	20
1997	20
1998	23
Ogółem:	129

PODSTAWOWE ZAGADNIENIA ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK MASOWYCH

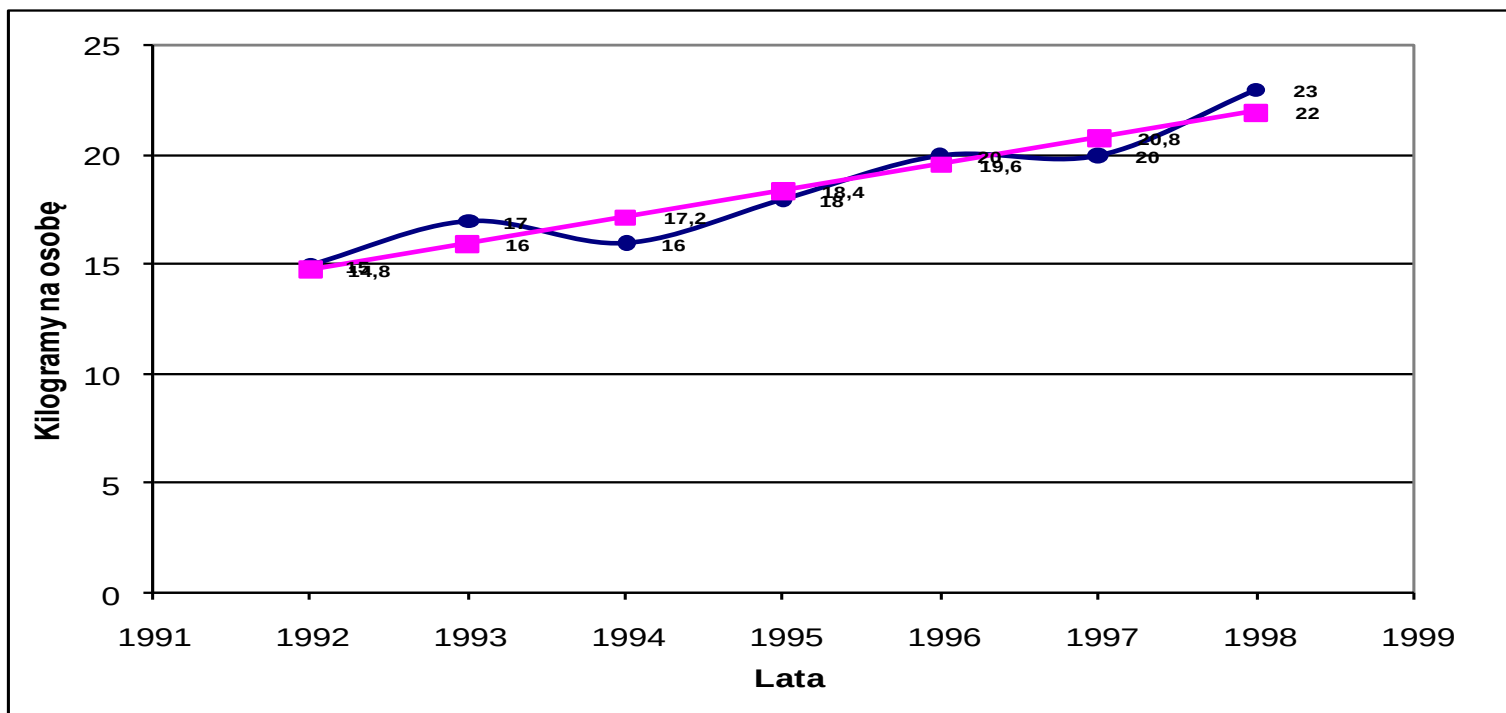
METODY ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK

Zadanie. c.d.

1. Sporządzić wykres danych empirycznych.
2. Wyrównać szereg metodą mechaniczną i określić charakter trendu.
3. Wyznaczyć parametry równania linii trendu.
4. Oszacować przewidywany poziom spożycia tego artykułu w 2000 roku.

Rozwiązanie:

Ad. 1



— y_i
— $\hat{y}_i$

PODSTAWOWE ZAGADNIENIA ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK MASOWYCH

METODY ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK

Ad. 2
Wyznaczamy $\bar{y}$

$\bar{y}_{3\text{-czlonowe}}$
-
16
17
18
19,3
21
-

$$\bar{y}_{93} = (15 + 17 + 16) / 3 = 16$$

$$\bar{y}_{94} = (17 + 16 + 18) / 3 = 17$$

$$\bar{y}_{95} = (16 + 18 + 20) / 3 = 18 \text{ itd}$$



UMCS
UNIWERSYTET MARI CURIE-SKŁODOWSKIEJ



Projekt sfinansowany
z Narodowego Banku Polskiego
w ramach programu edukacji ekonomicznej

NBP Narodowy Bank Polski

PODSTAWOWE ZAGADNIENIA ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK MASOWYCH

METODY ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK

Ad. 3

$$\hat{y} = a + bt$$

$$\sum y_i = aN + b \sum t_i$$

$$\sum y_i t_i = a \sum t_i + b \sum t_i^2$$

t_i umowne	$y_i t_i$	t_i^2
-3	-45	9
-2	-34	4
-1	-16	1
0	0	0
1	20	1
2	40	4
3	69	9
0	34	28

W przypadku nieparzystej liczby wierszy wyznaczamy środkowy wiersz i oznaczamy go cyfrą 0.

$$129 = 7a \text{ gdzie } \sum_i t_i = 0 \text{ i } a \sum_i t_i$$

$$a = 18,4$$

$$b = 34/28 = 1,21$$

$$\hat{y} = 18,4 + 1,21t$$



PODSTAWOWE ZAGADNIENIA ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK MASOWYCH

METODY ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK

Ad. 4

Przedłużamy szereg uzyskując rok 2000.

Lata t_i	t_i umowne
1992	-3
1993	-2
1994	-1
1995	0
1996	1
1997	2
1998	3
1999	4
2000	5
Ogółem:	9

PODSTAWOWE ZAGADNIENIA ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK MASOWYCH

METODY ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK

$\wedge$ y_i
14,8
16
17,2
18,4
19,6
20,8
22

$\wedge$

$$y_{1992} = 18,4 + 1,25 * (-3) = 14,8$$

$\wedge$

$$y_{2000} = 18,4 + 1,25 = 23,4 \text{ kg / osobę}$$

PODSTAWOWE ZAGADNIENIA ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK MASOWYCH

METODY ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK

Obliczamy błąd szacunku (prognozy):

$$S_{\hat{y}} = \sqrt{\frac{\sum (y_i - \hat{y}_i)^2}{N}}$$

N – liczba obserwacji

$$S_{\hat{y}} = \sqrt{\frac{4,44}{7}} = 0,8$$

Ostateczny wynik prognozy: $\tilde{y}_{(x)} = (\hat{y}_{(x)} \pm S_{\hat{y}})$

$$y_{2000} = (23,4 \pm 0,8) \text{ kg / osobę}$$

W 2000 roku możemy oczekiwać spożycia tego w przedziale $(23,4 \pm 0,8)$ kg na osobę przy założeniu, że charakter trendu nie ulegnie zmianie.

$y_i - \hat{y}_i$	$(y_i - \hat{y}_i)^2$
0,2	0,004
1,0	1
-1,2	1,44
-0,4	0,16
0,4	0,16
0,8	0,64
1,0	1
---	4,44

PODSTAWOWE ZAGADNIENIA ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK MASOWYCH

METODY ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK

BADANIE TEMPZA ZMIAN W CZASIE

Miernikiem służącym do opisu jest wskaźnik dynamiki, czyli **indeks**.

Indeks – to stosunek wielkości zjawiska w okresie badanym (bieżącym, sprawozdawczym) do wielkości tego samego zjawiska w okresie przyjętym za podstawę porównania.

$$i = \frac{y_n}{y_0} * 100$$

y_n – okres badany
 y_0 – okres podstawowy

- $i = 1,0$ lub 100% - oznacza to, że wielkość zjawiska w porównywanych okresach nie zmieniła się
- $i = 1,15$ lub 115% - oznacza to, że wielkość zjawiska w okresie badanym w stosunku do okresu podstawowego wzrosła o 15%
- $i = 0,98$ lub 98% - oznacza to, że wielkość zjawiska w porównywanych okresach spadła o 2%



UMCS
UNIWERSYTET MARI CURIE-SKŁODOWSKIEJ



Projekt sfinansowany
z Narodowego Banku Polskiego
w ramach programu edukacji ekonomicznej

NBP Narodowy Bank Polski

PODSTAWOWE ZAGADNIENIA ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK MASOWYCH

METODY ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK

BADANIE TEMPZA ZMIAN W CZASIE

Z punktu widzenia podstawy porównań, indeksy dzielimy na dwie grupy:

*- **indeksy jednopodstawowe**, czyli o stałej podstawie porównań:*

$$i = \frac{y_n}{y_0} * 100 \quad y_0 - \text{stała (const.)}$$

*- **indeksy łańcuchowe**, czyli indeksy o zmiennej podstawie.*

$$i = \frac{y_n}{y_{n-1}} * 100$$

Indeks łańcuchowy - to stosunek wielkości zjawiska w okresie badanym do wielkości tego samego zjawiska w okresie bezpośrednio poprzedzającym okres badany.



PODSTAWOWE ZAGADNIENIA ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK MASOWYCH

METODY ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK

BADANIE TEMPRA ZMIAN W CZASIE

Szereg takich indeksów charakteryzuje tempo zmian zjawiska z okresy na okres. Często zachodzi konieczność porównania tempa zmian tego samego zjawiska:

w różnych okresach czasu,

dwu lub kilku różnych zjawisk w tym samym okresie czasu (np.: tempo importu i eksportu w latach 1990 – 1999)

W tym celu obliczamy średnie tempo zmian. Stosujemy średnią geometryczną, która może być obliczona z wartości absolutnych lub w szeregu indeksów łańcuchowych.

$$G = \sqrt[N-1]{\frac{y_n}{y_0}} \quad N - \text{liczba badanych podokresów} \quad G = \sqrt[n]{\prod i_{n/n-1}} \quad , \Pi - \text{znak iloczynu},$$

n - liczba indeksów

$$G_{1990-1998} = \sqrt[8]{\frac{y_{1998}}{y_{1990}}}, \quad N = 9$$

Iloczyn kolejnych indeksów
łańcuchowych

PODSTAWOWE ZAGADNIENIA ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK MASOWYCH

METODY ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK

BADANIE TEMPZA ZMIAN W CZASIE

Z punktu widzenia złożoności zjawiska indeksy dzielimy na trzy grupy:

- ✓ Indywidualne
- ✓ Zespołowe dla wielkości absolutnych (agregatowe)
- ✓ Zespołowe dla wielkości stosunkowych.

Indeksy indywidualne – obliczane są dla wielkości jednorodnych, wyrażonych w takich samych jednostkach naturalnych. Podziału ich dokonujemy z punktu widzenia podstawy porównań.



PODSTAWOWE ZAGADNIENIA ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK MASOWYCH

METODY ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK

BADANIE TEMPRA ZMIAN W CZASIE

Zadanie

Wydatki na artykuły spożywcze (w zł / na osobę) w kolejnych latach kształtowały się następująco:

Lata	zł / na osobę (y_i)
1990	15
1991	15
1992	14
1993	16
1994	17
1995	20
1996	21
1997	21
1998	23
1999	25

1. Obliczyć jak zmieniły się wydatki w kolejnych latach w stosunku do 1990 roku.
2. Obliczyć zmiany wydatków przyjmując za podstawę porównań rok 1995.
3. Jak zmieniły się wydatki w 1999 w porównaniu z rokiem 1997
4. Obliczyć szereg indeksów łańcuchowych.
5. Porównać przeciętne tempo zmian wydatków w latach 1990 – 1994 z okresem lat 1995 – 1999.



PODSTAWOWE ZAGADNIENIA ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK MASOWYCH

METODY ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK

BADANIE TEMPZA ZMIAN W CZASIE

Ad. 1

Poziom wydatków z 1990 roku przyjmujemy jako podstawę = 100.

1990 = 100
100,0
100,0
93,0
106,7
113,3
133,3
140,0
140,0
153,3
166,7

$$i_{91/90} = 15/15 = 1,0 * 100 = 100\%$$

$$i_{92/90} = 14/15 = 0,93 * 100 = 93\%$$

$$i_{93/90} = 16/15 = 1,06 * 100 = 106 \%$$

$$i_{94/90} = 17/15 = 1,13 * 100 = 113,3\%$$

$$i_{95/90} = 20/15 = 1,33 * 100 = 133,3\%$$

$$i_{96/90} = 21/15 = 1,4 * 100 = 140\%$$

$$i_{97/90} = 21/15 = 1,4 * 100 = 140\%$$

$$i_{98/90} = 23/15 = 1,53 * 100 = 153,3\%$$

$$i_{99/90} = 25/15 = 1,66 * 100 = 166,7\%$$



PODSTAWOWE ZAGADNIENIA ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK MASOWYCH

METODY ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK

BADANIE TEMPRA ZMIAN W CZASIE

Ad. 2

1995 = 100
75,0
75,0
70,0
80,0
85,0
100,0
105,0
105,0
115,0
125,0

$$i_{90/95} = 15/20 = 0,75 * 100 = 75\%$$

$$i_{91/95} = 15/20 = 0,75 * 100 = 75\%$$

$$i_{92/95} = 14/20 = 0,7 * 100 = 70\%$$

$$i_{93/95} = 16/20 = 0,8 * 100 = 80\%$$

$$i_{94/95} = 17/20 = 0,85 * 100 = 85\%$$

$$i_{95/95} = 20/20 = 1,0 * 100 = 100\%$$

$$i_{96/95} = 21/20 = 1,05 * 100 = 105\%$$

$$i_{97/95} = 21/20 = 1,05 * 100 = 105\%$$

$$i_{98/95} = 23/20 = 1,15 * 100 = 115\%$$

$$i_{99/95} = 25/20 = 1,25 * 100 = 125\%$$



UMCS
UNIWERSYTET MARI CURIE-SKŁODOWSKIEJ



Projekt sfinansowany
z Narodowego Banku Polskiego
w ramach programu edukacji ekonomicznej

NBP Narodowy Bank Polski

PODSTAWOWE ZAGADNIENIA ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK MASOWYCH

METODY ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK

BADANIE TEMPZA ZMIAN W CZASIE

Ad. 3

$$i_{99/97} = 25/21 = 1,19 * 100 = 119\%$$

Ad. 4

Rok poprzedni = 100

100,0
93
114,0
106,3
117,6
105,0
100,0
109,6
108,7

$$i_{91/90} = 15/5 = 1,0 * 100 = 100\%$$

$$i_{92/91} = 14/15 = 0,93 * 100 = 93\%$$

$$i_{93/92} = 16/14 = 1,14 * 100 = 114 \%$$

$$i_{94/93} = 17/16 = 1,06 * 100 = 106,3\%$$

$$i_{95/94} = 20/17 = 1,17 * 100 = 117,6\%$$

$$i_{96/95} = 21/20 = 1,05 * 100 = 105\%$$

$$i_{97/96} = 21/21 = 1,0 * 100 = 100\%$$

$$i_{98/97} = 23/21 = 1,09 * 100 = 109,6\%$$

$$i_{99/98} = 25/23 = 1,08 * 100 = 108,7\%$$



PODSTAWOWE ZAGADNIENIA ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK MASOWYCH

METODY ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK

BADANIE TEMPZA ZMIAN W CZASIE

Ad. 5

$$G_{1990/1994} = \text{sqrt}^4(17/15) = 1,03 * 100 = \mathbf{103,2\%} \quad \text{sqrt}^4 - \text{pierwiastek stopnia czwartego.}$$

$$\begin{aligned} G_{1990/1994} &= \text{sqrt}^4(y_{94}/y_{93} * y_{93}/y_{92} * y_{92}/y_{91} * y_{91}/y_{90}) = \\ &= \text{sqtr}^4(1,06 * 1,14 * 0,93 * 1,0) = 1,032 * 100 = \mathbf{103,2\%} \end{aligned}$$

Gdyby wydatki z roku na rok w okresie 1990 – 1999 wzrastały w tym samym tempie, to **roczny przyrost** wydatków wyniósłby średnio **3,2%**.

$$G_{1995/1999} = \text{sqrt}^4(25/20) = 1,05 * 100 = \mathbf{105,7\%}$$

$$\begin{aligned} G_{1995/1999} &= \text{sqrt}^4(y_{99}/y_{98} * y_{98}/y_{97} * y_{97}/y_{96} * y_{96}/y_{95}) = \\ &= \text{sqrt}^4(1,08 * 1,09 * 1,0 * 1,05) = \mathbf{105,7\%} \end{aligned}$$

Uwaga! Pierwszy indeks liczymy dla roku następnego, więc nie wyznaczamy w tym przypadku indeksu dla roku 1995.



PODSTAWOWE ZAGADNIENIA ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK MASOWYCH

METODY ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK

BADANIE TEMPZA ZMIAN W CZASIE

Wnioski:

W obydwu pięciolatkach obserwujemy rosnące tempo wydatków na artykuły spożywcze. Przyrost wydatków z roku na rok był szybszy w latach 1995 – 1999 i wyniósł 5,7% średnio rocznie wobec 3,2% w pięcioleciu 1990 – 1994.



UMCS
UNIWERSYTET MARI CURIE-SKŁODOWSKIEJ



Projekt sfinansowany
z Narodowego Banku Polskiego
w ramach programu edukacji ekonomicznej
NBP Narodowy Bank Polski

PODSTAWOWE ZAGADNIENIA ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK MASOWYCH

METODY ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK

BADANIE TEMPA ZMIAN W CZASIE

Zadanie

Cena jednego litra benzyny PB 95 w styczniu 2000 roku wyniosła 2,4 zł, w lutym nastąpił wzrost o 0,3%, w marcu w stosunku do lutego o 5%, w kwietniu w stosunku do marca 10%, w maju w stosunku do kwietnia o 20%.

Obliczyć jak zmieniła się cena jednego litra benzyny w maju w stosunku do stycznia oraz przeciętne tempo wzrostu ceny litra paliwa w badanym okresie.

Rozwiązanie:

PB 95
2,4
2,47
2,59
2,84
3,42

$$2,4 * 0,03 = 0,072$$

$$2,4 + 0,072 = 2,47$$

$$2,47 * 0,05 = 0,12$$

$$2,47 + 0,12 = 2,59$$

$$2,59 * 0,10 = 0,259$$

$$2,59 + 0,259 = 2,84$$

$$2,84 * 0,20 = 0,56$$

$$i_{\text{styczeń/maj}} = 3,42/2,4 = 1,42 * 100 = 142\%$$

Cena litra benzyny w maju w stosunku do stycznia wzrosła o 42%.

$$G_{\text{styczeń/maj}} = \text{sqrt}^4(3,42/2,4) * 100 = 109,3\%$$

Gdyby cena benzyny z miesiąca na miesiąc wzrastała w jednakowym tempie, to przyrost ten wyniósłby średnio 9% miesięcznie.



NBP Narodowy Bank Polski

PODSTAWOWE ZAGADNIENIA ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK MASOWYCH

METODY ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK

BADANIE TEMPZA ZMIAN W CZASIE

Indeksy zespolowe dla wielkości zespolowych

Indeksy zespolowe dla wielkości zespolowych - stosujemy je dla wielkości zjawisk złożonych wyrażonych w różnych jednostkach naturalnych.

Przed obliczeniem indeksu należy obliczyć wielkość zjawiska w jednostkach porównywalnych. Stosujemy w tym celu przeliczniki spośród których najczęściej stosowanym jest cena. Pozwala ona wyrazić wielkość zjawiska w złotych, a więc bezpośrednio skumulowanych.

W – wartość

q – ilość (fizyczne rozmiary zjawiska)

p – cena

$$W = q * p$$



UMCS
UNIWERSYTET MARI CURIE-SKŁODOWSKIEJ



Projekt sfinansowany
z Narodowego Banku Polskiego
w ramach programu edukacji ekonomicznej

NBP Narodowy Bank Polski

PODSTAWOWE ZAGADNIENIA ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK MASOWYCH

METODY ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK

BADANIE TEMPZA ZMIAN W CZASIE

Indeksy zespołowe

indeks zespołowy wartości

$$I_w = \frac{\sum W_n}{\sum W_o} = \frac{\sum q_n P_n}{\sum q_o P_o}$$

$\sum W_n$ – suma wartości w okresie badanym

$\sum W_o$ – suma wartości w okresie podstawowym

$I_w = 120\%$ oznacza to, że łączna wartość wzrosła o 20%.



UMCS
UNIWERSYTET MARI CURIE-SKŁODOWSKIEJ



Projekt sfinansowany
z Narodowego Banku Polskiego
w ramach programu edukacji ekonomicznej

NBP Narodowy Bank Polski

PODSTAWOWE ZAGADNIENIA ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK MASOWYCH

METODY ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK

BADANIE TEMPZA ZMIAN W CZASIE

Zmiany łącznej wartości zjawiska zależą od dwóch czynników:

- zmiana ilości zjawiska
- zmiana poziomu ceny

Jeżeli chcemy zbadać wpływ jednego z czynników, drugi pozostawiamy na stałym poziomie.

Ustalamy jaki wpływ na dynamikę łącznej wartości miały zmiany w ilości zjawiska. Na stałym poziomie przyjmujemy ceny. Obliczamy:

zespołowy indeks ilości

$$I_q = \frac{\sum q_i P_o}{\sum q_o P_o}$$

q_i – ilość w okresie badanym
 p – const.

PODSTAWOWE ZAGADNIENIA ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK MASOWYCH

METODY ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK

BADANIE TEMPZA ZMIAN W CZASIE

Jeżeli stały czynnik (waga) przyjęty jest z okresu podstawowego, to wówczas otrzymujemy *formułę indeksową Laspeyres'a*:

$$I_{q}^L = \frac{\sum q_n P_o}{\sum q_o P_o}$$

Jeżeli stały czynnik (waga) przyjmujemy z okresu badanego, to wówczas otrzymujemy *formułę indeksową Paasche'go*:

$$I_{q}^P = \frac{\sum q_n P_n}{\sum q_o P_n}$$



UMCS
UNIWERSYTET MARI CURIE-SKŁODOWSKIEJ



Projekt sfinansowany
z Narodowego Banku Polskiego
w ramach programu edukacji ekonomicznej

NBP Narodowy Bank Polski

PODSTAWOWE ZAGADNIENIA ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK MASOWYCH

METODY ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK

BADANIE TEMPY ZMIAN W CZASIE

Ustalamy jaki wpływ na dynamikę łącznej wartości miały zmiany w poziomie cen. Jako wagi przyjmujemy ilości. Obliczamy:

zespolowy indeks cen

$$I_P^L = \frac{\sum P_n Q_0}{\sum P_0 Q_0}$$

według Laspeyres'a

$$I_P^P = \frac{\sum P_n Q_n}{\sum P_0 Q_n}$$

według Paasche'go



PODSTAWOWE ZAGADNIENIA ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK MASOWYCH

METODY ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK

BADANIE TEMPZA ZMIAN W CZASIE

Pomiędzy indeksami wartości ilości i cen zachodzi równość indeksowa polegająca na tym, że zespolowy indeks wartości jest iloczynem według przeciwnych formuł.

$$I_w = I_q^L * I_p^P$$

$$I_q^L = \frac{I_w}{I_p^P}$$

$$I_p^P = \frac{I_w}{I_q^L}$$

$$I_w = I_q^P * I_p^L$$

$$I_q^P = \frac{I_w}{I_p^L}$$

$$I_p^L = \frac{I_w}{I_q^P}$$



PODSTAWOWE ZAGADNIENIA ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK MASOWYCH

METODY ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK

BADANIE TEMPZA ZMIAN W CZASIE

Zadanie

$$I_w = 120\% \quad I_q^L = 105\% \quad I_p^P = ?$$

Rozwiązanie:

$$I_p^P = \frac{I_w}{I_q^L} = \frac{120}{105} * 100 = 1,14 * 100 = 114\%$$

Łączna wartość badanego zjawiska w porównywanych okresach wzrosła o 20%, wpływ na ten wzrost miał wzrost ilości zjawiska średnio o 5% oraz wzrost cen średnio o 14%.



UMCS
UNIWERSYTET MARI CURIE-SKŁODOWSKIEJ



Projekt sfinansowany
z Narodowego Banku Polskiego
w ramach programu edukacji ekonomicznej
NBP Narodowy Bank Polski