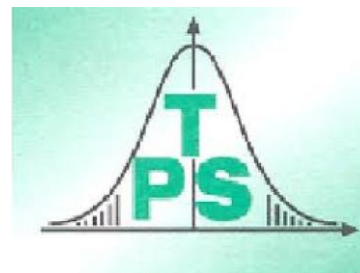




Urząd  
Statystyczny  
w Lublinie



Uniwersytet  
Marii Curie-Skłodowskiej  
w Lublinie



Polskie  
Towarzystwo  
Statystyczne



Projekt dofinansowany  
ze środków  
Narodowego Banku Polskiego

**SIGMA KWADRAT**

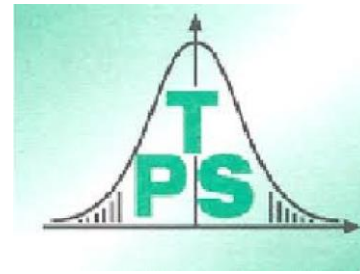
**LUBELSKI KONKURS STATYSTYCZNO-  
DEMOGRAFICZNY**



Urząd  
Statystyczny  
w Lublinie



Uniwersytet  
Marii Curie-Skłodowskiej  
w Lublinie



Polskie  
Towarzystwo  
Statystyczne



Projekt dofinansowany  
ze środków  
Narodowego Banku Polskiego

# **PODSTAWOWE ZAGADNIENIA ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK MASOWYCH**

# PODSTAWOWE ZAGADNIENIA ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK MASOWYCH

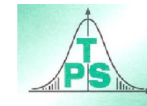
- 1. Metody analizy dynamiki zjawisk**
- 2. Model wahań w czasie**
- 3. Wyrównywanie szeregów czasowych**
- 4. Szacowanie wahań okresowych**
- 5. Indeksy dynamiki**
  - indeksy dynamiki indywidualne**
  - indeksy dynamiki wielkości absolutnych**
  - indeksy dynamiki wielkości stosunkowych**



Urząd  
Statystyczny  
w Lublinie



Uniwersytet  
Marii Curie-Skłodowskiej  
w Lublinie



Polskie  
Towarzystwo  
Statystyczne

**NBP** Narodowy Bank Polski

Projekt dofinansowany  
ze środków  
Narodowego Banku Polskiego

# PODSTAWOWE ZAGADNIENIA ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK MASOWYCH

## METODY ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK

Analiza dynamiki polega na przedstawieniu rozmiarów i kierunków rozwoju zjawisk, tzn. na ustaleniu stopnia wzrostu lub spadku badanego zjawiska w czasie. Podstawą analizy dynamiki zjawisk jest *szereg statystyczny czasowy*. Szeregiem czasowym (dynamicznym, rozwojowym, chronologicznym) nazywa się ciąg wartości badanego zjawiska obserwowanego w kolejnych jednostkach czasu.

Rodzaje szeregów czasowych:

- momentów (np. stan zapasów na dzień 31.12.2005r., liczba ludności na 30.06.2005r.),
- okresów (liczba dzieci urodzonych I kwartale 2005r., zysk przedsiębiorstwa w 2005r.)

Do analizy dynamiki można wykorzystać wiele specjalnych mierników statystycznych, wśród nich można wymienić:

- średni poziom zjawiska w szeregu czasowym,
- tendencję rozwojową,
- zmiany w poziomie zjawiska.

Rozszerzona analiza dynamiki zjawiska (szeregu czasowego) powinna zawierać:

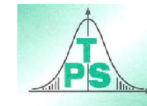
- 1) dekompozycję szeregu czasowego - wyodrębnieniu w szeregu czasowym jego elementów składowych tj. *tendencji rozwojowej (trendu), wahań okresowych i wahań przypadkowych*,
- 2) wykorzystanie metod indeksowych, które pozwalają określić tempo i intensywność zmian zjawiska w czasie (czyli dynamikę badanego zjawiska).



Urząd  
Statystyczny  
w Lublinie



Uniwersytet  
Marii Curie-Skłodowskiej  
w Lublinie



Polskie  
Towarzystwo  
Statystyczne



Projekt dofinansowany  
ze środków  
Narodowego Banku Polskiego

# PODSTAWOWE ZAGADNIENIA ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK MASOWYCH

## METODY ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK

Szeregiem czasowym nazywamy ciąg wyników obserwacji uporządkowanych w czasie.

Analiza szeregów czasowych powinna odpowiedzieć na pytania:

- 1) jaka jest dynamika danego zjawiska,
- 2) jakie czynniki wywołują zmienność tego zjawiska.

W odpowiedzi na te pytania pomocne są:

- metody indeksowe – służą do liczbowego określania tempa i intensywności zmian zjawiska w czasie,
- metody wyodrębniania tendencji rozwojowej (trendu), wahań okresowych i wahań przypadkowych.

Trend wyraża ogólną tendencję rozwojową zjawiska (wydzielenie składnika charakteryzującego trend poprzez eliminację z szeregu wahań okresowych i przypadkowych jest nazywane WYGŁADZANIEM szeregu czasowego).

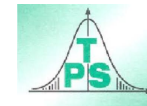
Wahania okresowe są to zmiany powtarzające się w tych samych mniej więcej rozmiarach co pewien (w przybliżeniu stały) okres (odstęp czasu, w którym występują wszystkie fazy wahań, określa się mianem *cyklu*).



Urząd  
Statystyczny  
w Lublinie



Uniwersytet  
Marii Curie-Skłodowskiej  
w Lublinie



Polskie  
Towarzystwo  
Statystyczne



Projekt dofinansowany  
ze środków  
Narodowego Banku Polskiego

# PODSTAWOWE ZAGADNIENIA ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK MASOWYCH

## METODY ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK

Przeciętny poziom zjawiska przedstawionego w postaci szeregu czasowego (przy założeniu równości przedziałów czasowych) oblicza się:

- w przypadku szeregów czasowych okresów za pomocą średniej arytmetycznej,
- w przypadku szeregów czasowych momentów za pomocą średniej chronologicznej:

$$\bar{y}_{ch} = \frac{\frac{1}{2} y_1 + y_2 + \dots + y_{n-1} + \frac{1}{2} y_n}{n-1}$$

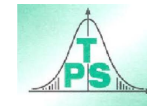
**Uwaga! Znajomość wahań okresowych (np. wahań sezonowych) pozwala na konstrukcję bardziej wiarygodnych prognoz i podejmowanie optymalnych decyzji gospodarczych.**



Urząd  
Statystyczny  
w Lublinie



Uniwersytet  
Marii Curie-Skłodowskiej  
w Lublinie



Polskie  
Towarzystwo  
Statystyczne



Projekt dofinansowany  
ze środków  
Narodowego Banku Polskiego

# PODSTAWOWE ZAGADNIENIA ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK MASOWYCH

## METODY ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK

### *Model wahań w czasie*

Wyodrębnia się:

1) addytywny model wahań w czasie o postaci:

$$Y_t = F(t) + G_{it} + \varepsilon_t ,$$

2) multiplikatywny model wahań w czasie o postaci:

$$Y_t = F(t) \cdot G_{it} \cdot e^{\varepsilon t} ,$$

gdzie:

$t$  - zmienna czasowa przyjmująca wartości liczb całkowitych z przedziału  $(-\infty, \infty)$ ,

$Y_t$  - poziom zmiennej objaśnianej w okresie  $t$ ,

$F(t)$  - funkcja trendu I rodzaju,

$G_{it}$  - funkcja absolutnych wahań okresowych dla  $i = 1, 2, \dots, k$  (gdzie:  $k$  – liczba podokresów w cyklu okresowości),

$\varepsilon_t$  - składnik losowy jako efekt oddziaływania przyczyn losowych,

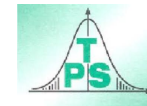
$e$  - podstawa logarytmu naturalnego.



Urząd  
Statystyczny  
w Lublinie



Uniwersytet  
Marii Curie-Skłodowskiej  
w Lublinie



Polskie  
Towarzystwo  
Statystyczne

NBP Narodowy Bank Polski

Projekt dofinansowany  
ze środków  
Narodowego Banku Polskiego

# PODSTAWOWE ZAGADNIENIA ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK MASOWYCH

## METODY ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK

Ograniczając się do postaci addytywnej oszacowanie modelu wahań w czasie można przedstawić jako:

$$y_t = f(t) + g_{it} + e_t ,$$

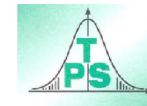
gdzie:  $y_t$  - zaobserwowany poziom zjawiska w okresie  $t$  dla  $t = 1, 2, \dots, n$ ,  
 $f(t)$ - funkcja trendu,  
 $g_{it}$  - poziom absolutnych wahań okresowych,  
 $e_t$  - składnik resztowy.



Urząd  
Statystyczny  
w Lublinie



Uniwersytet  
Marii Curie-Skłodowskiej  
w Lublinie



Polskie  
Towarzystwo  
Statystyczne

NBP Narodowy Bank Polski

Projekt dofinansowany  
ze środków  
Narodowego Banku Polskiego



# PODSTAWOWE ZAGADNIENIA ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK MASOWYCH

## METODY ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK

### *WYRÓWNYWANIE SZEREGÓW CZASOWYCH*

**Metody wyrównywania szeregów czasowych:**

- mechaniczna (średnich ruchomych zwykłych i scentrowanych),
- analityczna.

**Metoda mechaniczna** polega na dopasowaniu do wartości określonej grupy wyrazów szeregu czasowego średniej arytmetycznej wartości tych wyrazów i przesuwaniu tej średniej o jeden wyraz do przodu. W przypadku, gdy grupa wyrazów szeregu czasowego zastępowana przez poziom przeciętny tych wyrazów jest parzysta, wygodnie wykorzystać jest średnią chronologiczną o postaci:

$$\bar{y}_{ch} = \frac{y_1 + y_2 + y_3 + \dots + y_k + \frac{y_{k+1}}{2}}{k}$$

gdzie:

**k** - parzysta liczba grupy wyrazów szeregu czasowego.

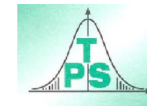
**Metoda analityczna** polega na dopasowaniu do całego szeregu czasowego odpowiedniej funkcji matematycznej pełniącej rolę funkcji trendu.



Urząd  
Statystyczny  
w Lublinie



Uniwersytet  
Marii Curie-Skłodowskiej  
w Lublinie



Polskie  
Towarzystwo  
Statystyczne



Projekt dofinansowany  
ze środków  
Narodowego Banku Polskiego

# PODSTAWOWE ZAGADNIENIA ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK MASOWYCH

## METODY ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK

### *SZACOWANIE WAHAŃ SEZONOWYCH (OKRESOWYCH)*

Miernikiem natężenia oddziaływania sezonowości jest wskaźnik sezonowości. Jeżeli w badanym szeregu czasowym obserwuje się wyraźną tendencję rozwojową, to wskaźnik sezonowości szacuje się na podstawie następującego wzoru:

$$O_{it} = \frac{\sum_t y_{it}}{\sum_t \hat{y}_{it}}, \text{ gdzie: } \sum_t y_{it} \text{ - suma wartości empirycznych okresów jednoimiennych,}$$
$$\sum_t \hat{y}_{it} \text{ - suma wartości teoretycznych okresów jednoimiennych.}$$

W przypadku gdy brakuje wyraźnej tendencji rozwojowej, szacując wskaźnik sezonowości, posługujemy się średnimi arytmetycznymi dla okresów jednoimiennych i wzorem o postaci:

$$O_{it} = \frac{\bar{y}_i d}{\sum_{i=1}^d \bar{y}_i} = \frac{\bar{y}_i}{\bar{y}}$$

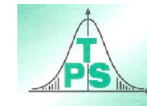
Wskaźniki sezonowości oszacowane są dobrze, jeżeli  $\sum_{i=1}^d O_{it} = d$ .



Urząd  
Statystyczny  
w Lublinie



Uniwersytet  
Marii Curie-Skłodowskiej  
w Lublinie



Polskie  
Towarzystwo  
Statystyczne



Projekt dofinansowany  
ze środków  
Narodowego Banku Polskiego

# PODSTAWOWE ZAGADNIENIA ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK MASOWYCH

## METODY ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK

### *SZACOWANIE WAHAŃ SEZONOWYCH (OKRESOWYCH) c.d.*

W przypadku, gdy ten warunek nie jest spełniony należy wprowadzić współczynnik korygujący  $k$  o postaci:

$$k = \frac{d}{\sum_{i=1}^d o_{it}}$$

Następnie, uprzednio otrzymane wskaźniki sezonowości mnoży się przez współczynnik korygujący.

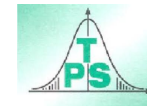
Wskaźnik sezonowości mierzy sezonowość relatywną. Jeżeli  $o_{it} = 1$  lub 100 (w %) to nie ma oddziaływania sezonowości. Jeżeli  $o_{it}$  jest większy od 100, to określa dodatni wpływ sezonowości na badane zjawisko we wszystkich okresach jednoimiennych, jeżeli  $o_{it}$  jest mniejszy od 100 sezonowość powoduje obniżkę poziomu badanego zjawiska we wszystkich okresach jednoimiennych względem trendu lub poziomu przeciętnego.



Urząd  
Statystyczny  
w Lublinie



Uniwersytet  
Marii Curie-Skłodowskiej  
w Lublinie



Polskie  
Towarzystwo  
Statystyczne



Projekt dofinansowany  
ze środków  
Narodowego Banku Polskiego

# PODSTAWOWE ZAGADNIENIA ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK MASOWYCH

## METODY ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK

### *SZACOWANIE WAHAŃ SEZONOWYCH (OKRESOWYCH) c.d.*

Odpowiednikiem wskaźnika relatywnych wahań sezonowych jest poziom absolutnych wahań sezonowych obliczany według wzoru:

$$g_{it} = \bar{y}(o_{it} - 1) \text{ , przyczym: } \sum_{i=1}^d g_{it} = 0$$

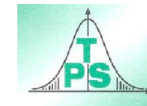
Poziom absolutnych wahań sezonowych ustala się zwykle w tych przypadkach, gdy w szeregu czasowym nie występuje wyraźna tendencja rozwojowa i oddziaływanie sezonowości porównuje się do poziomu średniego zjawiska.



Urząd  
Statystyczny  
w Lublinie



Uniwersytet  
Marii Curie-Skłodowskiej  
w Lublinie



Polskie  
Towarzystwo  
Statystyczne

NBP Narodowy Bank Polski

Projekt dofinansowany  
ze środków  
Narodowego Banku Polskiego

# PODSTAWOWE ZAGADNIENIA ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK MASOWYCH

## METODY ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK

Spośród miar dynamiki szeregu czasowego wyróżnia się:

- przyrosty,
- indeksy dynamiki.

*Miary dynamiki o podstawie stałej* (tzw. jednopodstawowe) służą do określenia zmian, jakie nastąpiły w poziomie zjawiska w kolejnych okresach (momentach) w porównaniu z okresem (momentem) przyjętym jako podstawowy (bazowy). Jako podstawę przyjmuje się poziom zjawiska w wyróżnionym okresie  $t^* = k$ , przy czym najczęściej jest to pierwszy okres  $t^* = 1$ .

*Miary dynamiki o podstawie ruchomej* (tzw. łańcuchowe) służą do oceny zmian, jakie nastąpiły w poziomie zjawiska z okresu (momentu) na okres (moment). Jako podstawę odniesienia przyjmuje się poziom zjawiska w okresie poprzednim  $t^* = t - 1$ .

Przyrostem względnym nazywamy stosunek przyrostu absolutnego zjawiska do jego poziomu w okresie bazowym. Bywa on określany *wskaznikiem tempa przyrostu*:

$$\text{w postaci jednopodstawowej: } d_t = \frac{y_t - y_k}{y_k};$$

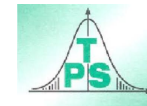
$$\text{w postaci łańcuchowej: } d_{t-1} = \frac{y_t - y_{t-1}}{y_{t-1}}$$



Urząd  
Statystyczny  
w Lublinie



Uniwersytet  
Marii Curie-Skłodowskiej  
w Lublinie



Polskie  
Towarzystwo  
Statystyczne



Projekt dofinansowany  
ze środków  
Narodowego Banku Polskiego

# PODSTAWOWE ZAGADNIENIA ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK MASOWYCH

## METODY ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK

### *INDEKSY DYNAMIKI*

*Indeksem dynamiki* nazywa się stosunek poziomu zjawiska w okresie badanym (sprawozdawczym) do poziomu tego zjawiska w okresie podstawowym (bazowym, porównawczym).

#### Klasyfikacja indeksów dynamiki:

##### 1) indywidualne:

- jednopodstawowe,
- łańcuchowe,

##### 2) agregatowe (zespolowe):

- wielkości absolutnych,
- wielkości stosunkowych .

#### *Indeksy indywidualne jednopodstawowe:*

$$\frac{y_1}{y_0}, \frac{y_2}{y_0}, \frac{y_3}{y_0}, \dots, \frac{y_{n-1}}{y_0}, \frac{y_n}{y_0} \quad i_j = \frac{y_i}{y_0} \quad i = 0, 1, 2, 3, \dots, n-1, n.$$

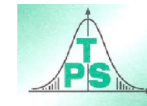
$y_n$  - poziom zjawiska w okresie badanym,  
 $y_0$  - poziom zjawiska w okresie podstawowym.



Urząd  
Statystyczny  
w Lublinie



Uniwersytet  
Marii Curie-Skłodowskiej  
w Lublinie



Polskie  
Towarzystwo  
Statystyczne



Projekt dofinansowany  
ze środków  
Narodowego Banku Polskiego

# PODSTAWOWE ZAGADNIENIA ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK MASOWYCH

## METODY ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK

*Indeksy indywidualne łańcuchowe:*

$$\frac{y_1}{y_0}, \frac{y_2}{y_1}, \frac{y_3}{y_2}, \dots, \frac{y_{n-1}}{y_{n-2}}, \frac{y_n}{y_{n-1}} \quad i_l = \frac{y_i}{y_{i-1}}$$

*Indeksy wielkości absolutnych (cen, ilości i wartości):*

$$i_p = \frac{p_1}{p_0}, \quad i_q = \frac{q_1}{q_0}, \quad i_w = \frac{w_1}{w_0} = \frac{p_1 q_1}{p_0 q_0} = i_p \cdot i_q$$

Aby powyższe relacje były poprawne muszą być spełnione określone warunki:

**1. test odwracalności w czasie tzn. jeżeli okresem podstawowym raz jest okres 1 a drugi raz okres 0, to iloczyn indeksów równa się 1, co zapisujemy:**

$$\frac{p_1}{p_0} \cdot \frac{p_0}{p_1} = 1$$

**2. test odwracalności czynników:**  $i_w = \frac{w_1}{w_0} = \frac{p_1 q_1}{p_0 q_0} = i_p i_q$

stąd: 
$$i_p = \frac{i_w}{i_q} = i_w \cdot \frac{1}{i_q}, \quad i_q = \frac{i_w}{i_p} = i_w \cdot \frac{1}{i_p}$$

# PODSTAWOWE ZAGADNIENIA ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK MASOWYCH

## METODY ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK

### *AGREGATOWE INDEKSY DYNAMIKI WIELKOŚCI ABSOLUTNYCH* *INDEKSY DYNAMIKI CEN*

#### Indeks Laspeyresa

$$I_p^L = \frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0} = \frac{\sum p_1 q_0 \frac{p_0}{p_0}}{\sum p_0 q_0} = \frac{\sum p_0 q_0 \frac{p_1}{p_0}}{\sum p_0 q_0} = \frac{\sum w_0 i_p}{\sum w_0}$$

#### Indeks Paaschego

$$I_p^P = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1 \frac{p_1}{p_1}} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum \frac{p_1 q_1}{p_1}} = \frac{\sum w_1}{\sum \frac{w_1}{i_p}}$$



Urząd  
Statystyczny  
w Lublinie



Uniwersytet  
Marii Curie-Skłodowskiej  
w Lublinie



Polskie  
Towarzystwo  
Statystyczne



Projekt dofinansowany  
ze środków  
Narodowego Banku Polskiego



# PODSTAWOWE ZAGADNIENIA ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK MASOWYCH

## METODY ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK

### *AGREGATOWE INDEKSY DYNAMIKI WIELKOŚCI ABSOLUTNYCH* *INDEKSY DYNAMIKI ILOŚCI*

#### Indeks Laspeyresa

$$I_q^L = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0} = \frac{\sum w_0 i_q}{\sum w_0}$$

#### Indeks Paaschego

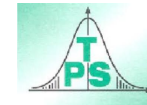
$$I_q^P = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_0 p_1} = \frac{\sum w_1}{\sum \frac{w_1}{i_q}}$$



Urząd  
Statystyczny  
w Lublinie



Uniwersytet  
Marii Curie-Skłodowskiej  
w Lublinie



Polskie  
Towarzystwo  
Statystyczne



Projekt dofinansowany  
ze środków  
Narodowego Banku Polskiego

# PODSTAWOWE ZAGADNIENIA ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK MASOWYCH

## METODY ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK

### *AGREGATOWE INDEKSY DYNAMIKI WIELKOŚCI ABSOLUTNYCH*

**INDEKS DYNAMIKI WARTOŚCI:**

$$I_w = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0}$$

**Równość indeksowa:**

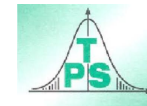
$$I_w = I_p^L \times I_q^P = I_p^P \times I_q^L$$



Urząd  
Statystyczny  
w Lublinie



Uniwersytet  
Marii Curie-Skłodowskiej  
w Lublinie



Polskie  
Towarzystwo  
Statystyczne

NBP Narodowy Bank Polski

Projekt dofinansowany  
ze środków  
Narodowego Banku Polskiego

# PODSTAWOWE ZAGADNIENIA ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK MASOWYCH

## METODY ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK

### Pojęcie wielkości stosunkowej

$$x = \frac{a}{b}, \quad a = xb, \quad b = \frac{a}{x}$$

### Indywidualny indeks dynamiki wielkości stosunkowej

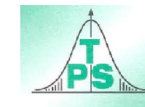
$$i_x = \frac{x_1}{x_0} = \frac{a_1}{b_1} \cdot \frac{a_0}{b_0} = \frac{x_1 b_1}{b_1} \cdot \frac{x_0 b_0}{b_0} = \frac{a_1}{x_1} \cdot \frac{a_0}{x_0}$$



Urząd  
Statystyczny  
w Lublinie



Uniwersytet  
Marii Curie-Skłodowskiej  
w Lublinie



Polskie  
Towarzystwo  
Statystyczne

NBP Narodowy Bank Polski

Projekt dofinansowany  
ze środków  
Narodowego Banku Polskiego

# PODSTAWOWE ZAGADNIENIA ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK MASOWYCH

## METODY ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK

### Agregatowy indeks dynamiki wielkości stosunkowej

#### (indeks wszechstronny)

$$I_x = \frac{X_1}{X_0} = \frac{\sum a_1}{\sum b_1} \cdot \frac{\sum a_0}{\sum b_0} = \frac{\sum x_1 b_1}{\sum b_1} \cdot \frac{\sum x_0 b_0}{\sum b_0} = \frac{\sum a_1}{\sum \frac{a_1}{x_1}} \cdot \frac{\sum a_0}{\sum \frac{a_0}{x_0}}$$

Ze względu na fakt, że:

$$\frac{\sum xb}{\sum b} = \sum x \frac{b}{\sum b}$$

, a także

$$\frac{\sum a}{\sum \frac{a}{x}} = \sum \frac{1}{x} \frac{a}{\sum a}$$

mamy indeksy o stałej strukturze czynników a i b oraz indeksy o zmiennej strukturze

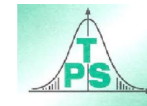
czynników a i b.



Urząd  
Statystyczny  
w Lublinie



Uniwersytet  
Marii Curie-Skłodowskiej  
w Lublinie



Polskie  
Towarzystwo  
Statystyczne

NBP Narodowy Bank Polski

Projekt dofinansowany  
ze środków  
Narodowego Banku Polskiego

# PODSTAWOWE ZAGADNIENIA ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK MASOWYCH

## METODY ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK

### Indeksy dynamiki o stałej strukturze czynnika a

$$I_{x/a_0} = \frac{\sum a_0}{\sum \frac{a_0}{x_1}} \cdot \frac{\sum a_0}{\sum \frac{a_0}{x_0}}, \quad I_{x/a_1} = \frac{\sum a_1}{\sum \frac{a_1}{x_1}} \cdot \frac{\sum a_1}{\sum \frac{a_1}{x_0}}.$$

### Indeksy dynamiki o zmiennej strukturze czynnika a

$${}_a I_{x/x_0} = \frac{\sum a_1}{\sum \frac{a_1}{x_0}} \cdot \frac{\sum a_0}{\sum \frac{a_0}{x_0}}, \quad {}_a I_{x/x_1} = \frac{\sum a_1}{\sum \frac{a_1}{x_1}} \cdot \frac{\sum a_0}{\sum \frac{a_0}{x_1}}.$$

### Równość indeksowa

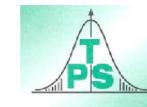
$$I_x = I_{x/a_0} \times_a I_{x/x_1} = I_{x/a_1} \times_a I_{x/x_0}$$



Urząd  
Statystyczny  
w Lublinie



Uniwersytet  
Marii Curie-Skłodowskiej  
w Lublinie



Polskie  
Towarzystwo  
Statystyczne



Projekt dofinansowany  
ze środków  
Narodowego Banku Polskiego

# PODSTAWOWE ZAGADNIENIA ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK MASOWYCH

## METODY ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK

### Indeksy dynamiki o stałej strukturze czynnika b

$$I_{x/b_0} = \frac{\sum x_1 b_0}{\sum b_0} : \frac{\sum x_0 b_0}{\sum b_0}, \quad I_{x/b_1} = \frac{\sum x_1 b_1}{\sum b_1} : \frac{\sum x_0 b_1}{\sum b_1}.$$

### Indeksy dynamiki o zmiennej strukturze czynnika b

$${}_b I_{x/x_0} = \frac{\sum x_0 b_1}{\sum b_1} : \frac{\sum x_0 b_0}{\sum b_0}, \quad {}_b I_{x/x_1} = \frac{\sum x_1 b_1}{\sum b_1} : \frac{\sum x_1 b_0}{\sum b_0}.$$

### Równość indeksowa

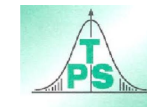
$$I_x = I_{x/b_0} \times_b I_{x/x_1} = I_{x/b_1} \times_b I_{x/x_0}$$



Urząd  
Statystyczny  
w Lublinie



Uniwersytet  
Marii Curie-Skłodowskiej  
w Lublinie



Polskie  
Towarzystwo  
Statystyczne



Projekt dofinansowany  
ze środków  
Narodowego Banku Polskiego

# PODSTAWOWE ZAGADNIENIA ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK MASOWYCH

## METODY ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK

Podstawą analizy są szeregi, w których wielkość zjawiska podana jest w porządku chronologicznym.

*Schemat szeregu czasowego*

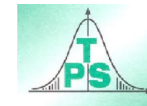
Czas	Wielkość zjawiska
$t_i$	$y_i$
$t_1$	$y_1$
$t_2$	$y_2$
$t_3$	$y_3$
...	...
$t_n$	$y_n$
<b>Ogółem:</b>	$\sum_i y_i$



Urząd  
Statystyczny  
w Lublinie



Uniwersytet  
Marii Curie-Skłodowskiej  
w Lublinie



Polskie  
Towarzystwo  
Statystyczne



Projekt dofinansowany  
ze środków  
Narodowego Banku Polskiego

# PODSTAWOWE ZAGADNIENIA ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK MASOWYCH

## METODY ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK

Szeregi czasowe dzielimy ze względu na czas na :

1. Szeregi momentów – takie, w których wielkość zjawiska podana jest w ściśle określonym momencie czasu.

Data $n_i$	Stan zatrudnionych $y_i$
30.04	200
31.05	250
01.06	250
31.07	400
Ogółem:	-----

*W szeregach czasowych momentów wielkości zjawiska nie jest bezpośrednio sumowana. Średni poziom zjawiska w tych szeregach obliczamy na podstawie średniej chronologicznej.*

$$\bar{y}_{ch} = \frac{\frac{1}{2} y_1 + y_2 + \dots + y_n + \frac{1}{2} y_{n+1}}{N}$$

$$\bar{y}_{ch} = (200/2 + 250 + 250 + 400/2) / 3 = 267 \text{ osób}$$

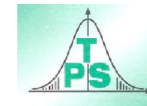
gdzie 3 to liczba miesięcy w kwartale



Urząd  
Statystyczny  
w Lublinie



Uniwersytet  
Marii Curie-Skłodowskiej  
w Lublinie



Polskie  
Towarzystwo  
Statystyczne



Projekt dofinansowany  
ze środków  
Narodowego Banku Polskiego



# PODSTAWOWE ZAGADNIENIA ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK MASOWYCH

## METODY ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK

2. Szeregi czasowe okresów – takie, które charakteryzują wielkość zjawiska jako przeciętną w badanych podokresach czasu.

Lata $t_i$	Liczba zatrudnionych $y_i$
1990	200
1991	220
1992	250
1993	230
1994	240
1995	270
1996	270
1997	300
1998	290
1999	260
<b>Ogółem:</b>	<b>2530</b>

*Wielkość zjawiska w tych szeregach możemy bezpośrednio zsumować. Średni poziom zjawiska obliczamy na podstawie średniej arytmetycznej prostej.*

$$\bar{y} = \frac{\sum y_i}{N}$$

$$\bar{y} = 2530/10 = 253 \text{ osoby}$$

# PODSTAWOWE ZAGADNIENIA ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK MASOWYCH

## METODY ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK

Dalsza analiza szeregu sprowadza się do dwóch grup zagadnień:

- I. Badanie kierunku zmian zjawiska w czasie
- II. Badanie stopnia zjawiska w czasie.

### Badanie kierunku zmian

Przebieg zjawiska w długich okresach czasu uwarunkowany jest działaniem trzech grup czynników:

**1. Czynniki przypadkowe** o charakterze losowym, który powoduje nieregularne wahania w trudnych do przewidzenia momentach lub okresach czasu.

**2. Czynniki cykliczne** powodujący stałe wzrosty lub spadki wielkości zjawiska, charakteryzujące się określonym cyklem zmian. Długość cyklu wahań zależy od rodzaju zjawiska.

Największe znaczenie mają wahania, w których cykl zamyka się w ciągu roku kalendarzowego. Są to wahania sezonowe. Ze względu na rozpoznawalność tego czynnika, jesteśmy w stanie ocenić jego wpływ w następnych okresach czasu.

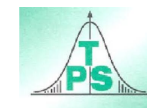
**3. Czynniki główne** powodujący jednokierunkowe zmiany zjawiska. Powoduje on, że w długim okresie czasu wielkość zjawiska wykazuje tendencję rosnącą, malejącą lub stabilizację.



Urząd  
Statystyczny  
w Lublinie



Uniwersytet  
Marii Curie-Skłodowskiej  
w Lublinie



Polskie  
Towarzystwo  
Statystyczne



Projekt dofinansowany  
ze środków  
Narodowego Banku Polskiego

# PODSTAWOWE ZAGADNIENIA ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK MASOWYCH

## METODY ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK

### Badanie kierunku zmian

Chcąc wyodrębnić wpływ działania jednego z czynników należy wyeliminować wpływ czynników pozostałych.

### Wyodrębnianie tendencji długookresowej (trend):

Wyodrębnianie tendencji długookresowej wymaga ono eliminacji czynnika sezonowego i przypadkowego.

Możemy zastosować tutaj następujące metody:

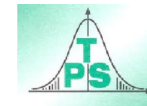
- *mechaniczne* – np. metoda średnich ruchomych – to średnia arytmetyczna obliczana z nieparzystej liczby danych (trój-, pięcioczłonowa). Metoda ta nie daje możliwości prognozowania. Dlatego też, wykorzystuje się ją najczęściej do określania charakteru trendu.
- *analityczne* – np. metoda najmniejszych kwadratów (MNK). Do zbioru danych empirycznych dopasowujemy odpowiednią postać funkcji matematycznej.



Urząd  
Statystyczny  
w Lublinie



Uniwersytet  
Marii Curie-Skłodowskiej  
w Lublinie



Polskie  
Towarzystwo  
Statystyczne



Projekt dofinansowany  
ze środków  
Narodowego Banku Polskiego

# PODSTAWOWE ZAGADNIENIA ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK MASOWYCH

## METODY ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK

W przypadku tendencji prostoliniowej postaci:  $y = a + bt$ , parametry równania obliczamy na podstawie następującego układu równań.

$$\sum_i y_i = aN + b\sum_i t_i$$

$$\sum_i y_i t_i = a\sum_i t_i + b\sum_i t_i^2$$

Zadanie. Spożycie pewnego artykułu (w kilogramach na osobę) w latach 1992 – 1998 kształtowało się następująco:

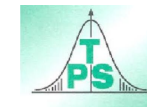
Lata $t_i$	Poziom spożycia w kg / osobę $y_i$
1992	15
1993	17
1994	16
1995	18
1996	20
1997	20
1998	23
<b>Ogółem:</b>	<b>129</b>



Urząd  
Statystyczny  
w Lublinie



Uniwersytet  
Marii Curie-Skłodowskiej  
w Lublinie



Polskie  
Towarzystwo  
Statystyczne



Projekt dofinansowany  
ze środków  
Narodowego Banku Polskiego

# PODSTAWOWE ZAGADNIENIA ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK MASOWYCH

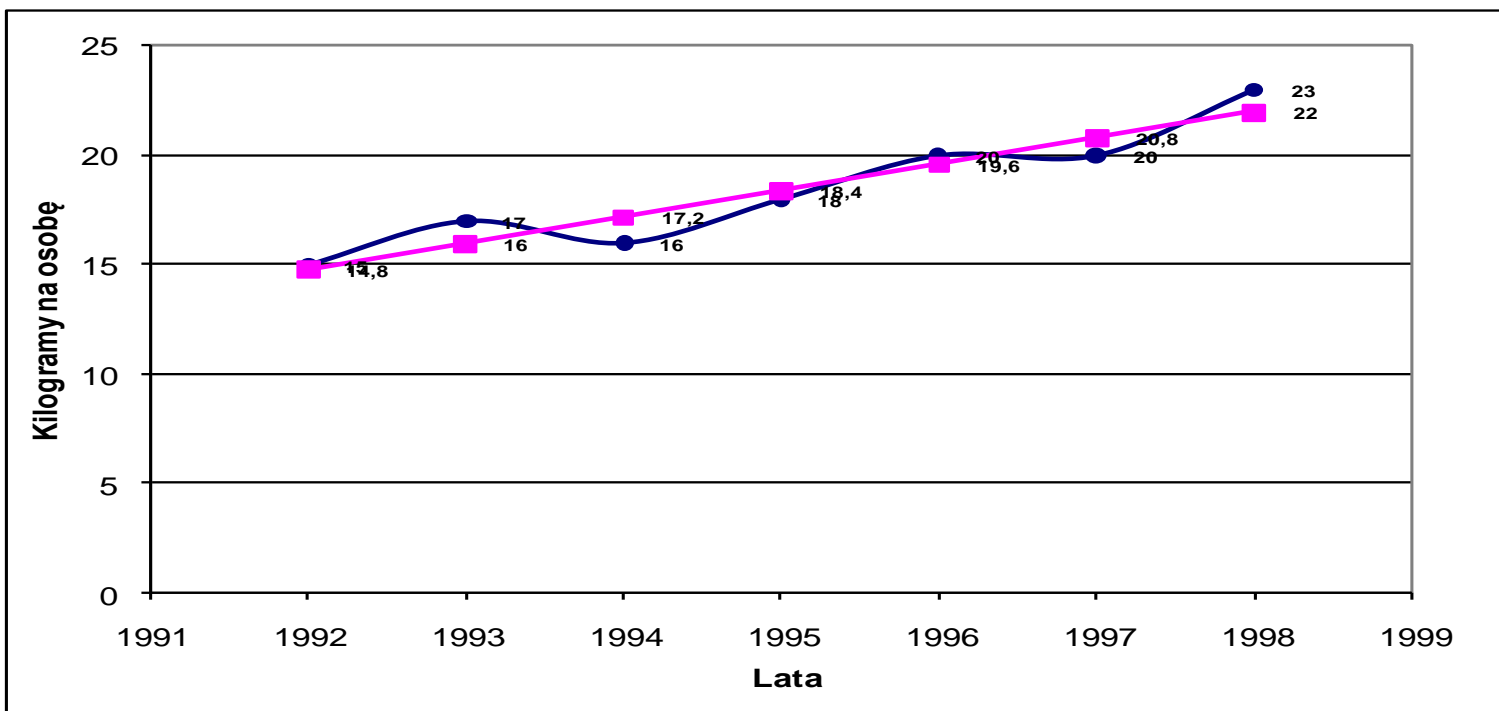
## METODY ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK

### Zadanie. c.d.

1. Sporządzić wykres danych empirycznych.
2. Wyrównać szereg metodą mechaniczną i określić charakter trendu.
3. Wyznaczyć parametry równania linii trendu.
4. Oszacować przewidywany poziom spożycia tego artykułu w 2000 roku.

Rozwiązanie:

**Ad. 1**



—  $y_i$   
—  $\hat{y}_i$



Urząd  
Statystyczny  
w Lublinie



Uniwersytet  
Marii Curie-Skłodowskiej  
w Lublinie



Polskie  
Towarzystwo  
Statystyczne



Projekt dofinansowany  
ze środków  
Narodowego Banku Polskiego

# PODSTAWOWE ZAGADNIENIA ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK MASOWYCH

## METODY ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK

Ad. 2  
Wyznaczamy  $\bar{y}$

$\bar{y}_{3\text{-czlonowe}}$
-
16
17
18
19,3
21
-

$$\bar{y}_{93} = (15 + 17 + 16) / 3 = 16$$

$$\bar{y}_{94} = (17 + 16 + 18) / 3 = 17$$

$$\bar{y}_{95} = (16 + 18 + 20) / 3 = 18 \text{ itd}$$



Urząd  
Statystyczny  
w Lublinie



Uniwersytet  
Marii Curie-Skłodowskiej  
w Lublinie



Polskie  
Towarzystwo  
Statystyczne



Projekt dofinansowany  
ze środków  
Narodowego Banku Polskiego

# PODSTAWOWE ZAGADNIENIA ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK MASOWYCH

## METODY ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK

Ad. 3

$$\hat{y} = a + bt$$

$$\sum y_i = aN + b \sum t_i$$

$$\sum y_i t_i = a \sum t_i + b \sum t_i^2$$

$t_i$ umowne	$y_i t_i$	$t_i^2$
-3	-45	9
-2	-34	4
-1	-16	1
0	0	0
1	20	1
2	40	4
3	69	9
<b>0</b>	<b>34</b>	<b>28</b>

W przypadku nieparzystej liczby wierszy wyznaczamy środkowy wiersz i oznaczamy go cyfrą 0.

$$129 = 7a \text{ gdzie } \sum_i t_i = 0 \text{ i } a \sum_i t_i$$

$$a = 18,4$$

$$b = 34/28 = 1,21$$

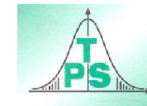
$$\hat{y} = 18,4 + 1,21t$$



Urząd  
Statystyczny  
w Lublinie



Uniwersytet  
Marii Curie-Skłodowskiej  
w Lublinie



Polskie  
Towarzystwo  
Statystyczne



Projekt dofinansowany  
ze środków  
Narodowego Banku Polskiego

# PODSTAWOWE ZAGADNIENIA ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK MASOWYCH

## METODY ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK

### Ad. 4

Przedłużamy szereg uzyskując rok 2000.

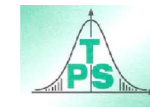
<b>Lata</b> <b><math>t_i</math></b>	<b><math>t_i</math></b> <b>umowne</b>
1992	-3
1993	-2
1994	-1
1995	0
1996	1
1997	2
1998	3
1999	4
2000	5
<b>Ogółem:</b>	<b>9</b>



Urząd  
Statystyczny  
w Lublinie



Uniwersytet  
Marii Curie-Skłodowskiej  
w Lublinie



Polskie  
Towarzystwo  
Statystyczne



Projekt dofinansowany  
ze środków  
Narodowego Banku Polskiego



# PODSTAWOWE ZAGADNIENIA ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK MASOWYCH

## METODY ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK

$\hat{y}_i$
14,8
16
17,2
18,4
19,6
20,8
22

$\hat{y}$

$$\hat{y}_{1992} = 18,4 + 1,25 * (-3) = 14,8$$

$\hat{y}$

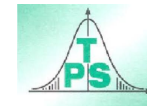
$$\hat{y}_{2000} = 18,4 + 1,25 = 23,4 \text{ kg / osobę}$$



Urząd  
Statystyczny  
w Lublinie



Uniwersytet  
Marii Curie-Skłodowskiej  
w Lublinie



Polskie  
Towarzystwo  
Statystyczne

NBP Narodowy Bank Polski

Projekt dofinansowany  
ze środków  
Narodowego Banku Polskiego

# PODSTAWOWE ZAGADNIENIA ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK MASOWYCH

## METODY ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK

Obliczamy błąd szacunku (prognozy):

$$S_{\hat{y}} = \sqrt{\frac{\sum (y_i - \hat{y}_i)^2}{N}} \quad N - \text{liczba obserwacji}$$

$$S_{\hat{y}} = \sqrt{\frac{4,44}{7}} = 0,8$$

Ostateczny wynik prognozy:  $\tilde{y}_{(x)} = (\hat{y}_{(x)} \pm S_{\hat{y}})$

$$y_{2000} = (23,4 \pm 0,8) \text{ kg / osobę}$$

*W 2000 roku możemy oczekiwać spożycia tego w przedziale  $(23,4 \pm 0,8)$  kg na osobę przy założeniu, że charakter trendu nie ulegnie zmianie.*

$\hat{y}_i - y_i$	$(\hat{y}_i - y_i)^2$
0,2	0,004
1,0	1
-1,2	1,44
-0,4	0,16
0,4	6,16
0,8	0,64
1,0	1
---	<b>4,44</b>

# PODSTAWOWE ZAGADNIENIA ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK MASOWYCH

## METODY ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK

### *BADANIE TEMPZA ZMIAN W CZASIE*

Miernikiem służącym do opisu jest wskaźnik dynamiki, czyli **indeks**.

**Indeks** – to stosunek wielkości zjawiska w okresie badanym (bieżącym, sprawozdawczym) do wielkości tego samego zjawiska w okresie przyjętym za podstawę porównania.

$$i = \frac{y_n}{y_0} * 100$$

$y_n$  – okres badany  
 $y_0$  – okres podstawowy

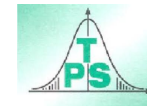
- $i = 1,0$  lub 100% - oznacza to, że wielkość zjawiska w porównywanych okresach nie zmieniła się
- $i = 1,15$  lub 115% - oznacza to, że wielkość zjawiska w okresie badanym w stosunku do okresu podstawowego wzrosła o 15%
- $i = 0,98$  lub 98% - oznacza to, że wielkość zjawiska w porównywanych okresach spadła o 2%



Urząd  
Statystyczny  
w Lublinie



Uniwersytet  
Marii Curie-Skłodowskiej  
w Lublinie



Polskie  
Towarzystwo  
Statystyczne



Projekt dofinansowany  
ze środków  
Narodowego Banku Polskiego

# PODSTAWOWE ZAGADNIENIA ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK MASOWYCH

## METODY ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK

### *BADANIE TEMPZA ZMIAN W CZASIE*

*Z punktu widzenia podstawy porównań, indeksy dzielimy na dwie grupy:*

*- indeksy jednopodstawowe, czyli o stałej podstawie porównań:*

$$i = \frac{y_n}{y_0} * 100 \quad y_0 - \text{stałe (const.)}$$

*- indeksy łańcuchowe, czyli indeksy o zmiennej podstawie.*

$$i = \frac{y_n}{y_{n-1}} * 100$$

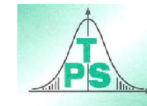
*Indeks łańcuchowy - to stosunek wielkości zjawiska w okresie badanym do wielkości tego samego zjawiska w okresie bezpośrednio poprzedzającym okres badany.*



Urząd  
Statystyczny  
w Lublinie



Uniwersytet  
Marii Curie-Skłodowskiej  
w Lublinie



Polskie  
Towarzystwo  
Statystyczne

NBP Narodowy Bank Polski

Projekt dofinansowany  
ze środków  
Narodowego Banku Polskiego

# PODSTAWOWE ZAGADNIENIA ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK MASOWYCH

## METODY ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK

### *BADANIE TEMPZA ZMIAN W CZASIE*

Szereg takich indeksów charakteryzuje tempo zmian zjawiska z okresy na okres. Często zachodzi konieczność porównania tempa zmian tego samego zjawiska:

w różnych okresach czasu,

dwu lub kilku różnych zjawisk w tym samym okresie czasu (np.: tempo importu i eksportu w latach 1990 – 1999)

W tym celu obliczamy średnie tempo zmian. Stosujemy średnią geometryczną, która może być obliczona z wartości absolutnych lub w szeregu indeksów łańcuchowych.

$$G = \sqrt[N-1]{\frac{y_n}{y_0}} \quad N - \text{liczba badanych podokresów} \quad G = \sqrt[n]{\prod i_{n/n-1}}, \quad \prod - \text{znak iloczynu,}$$

n - liczba indeksów

$$G_{1990-1998} = \sqrt[8]{\frac{y_{1998}}{y_{1990}}}, \quad N = 9$$

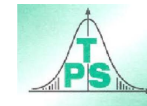
Iloczyn kolejnych indeksów łańcuchowych



Urząd  
Statystyczny  
w Lublinie



Uniwersytet  
Marii Curie-Skłodowskiej  
w Lublinie



Polskie  
Towarzystwo  
Statystyczne



Projekt dofinansowany  
ze środków  
Narodowego Banku Polskiego

# PODSTAWOWE ZAGADNIENIA ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK MASOWYCH

## METODY ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK

### *BADANIE TEMPA ZMIAN W CZASIE*

Z punktu widzenia złożoności zjawiska indeksy dzielimy na trzy grupy:

- ✓ Indywidualne
- ✓ Zespołowe dla wielkości absolutnych (agregatowe)
- ✓ Zespołowe dla wielkości stosunkowych.

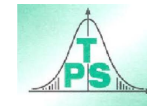
*Indeksy indywidualne* – obliczane są dla wielkości jednorodnych, wyrażonych w takich samych jednostkach naturalnych. Podziału ich dokonujemy z punktu widzenia podstawy porównań.



Urząd  
Statystyczny  
w Lublinie



Uniwersytet  
Marii Curie-Skłodowskiej  
w Lublinie



Polskie  
Towarzystwo  
Statystyczne



Projekt dofinansowany  
ze środków  
Narodowego Banku Polskiego

# PODSTAWOWE ZAGADNIENIA ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK MASOWYCH

## METODY ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK

### *BADANIE TEMPORA ZMIAN W CZASIE*

#### Zadanie

Wydatki na artykuły spożywcze (w zł / na osobę) w kolejnych latach kształtowały się następująco:

Lata	zł / na osobę ( $y_i$ )
1990	15
1991	15
1992	14
1993	16
1994	17
1995	20
1996	21
1997	21
1998	23
1999	25

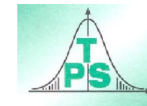
1. Obliczyć jak zmieniły się wydatki w kolejnych latach w stosunku do 1990 roku.
2. Obliczyć zmiany wydatków przyjmując za podstawę porównań rok 1995.
3. Jak zmieniły się wydatki w 1999 w porównaniu z rokiem 1997
4. Obliczyć szereg indeksów łańcuchowych.
5. Porównać przeciętne tempo zmian wydatków w latach 1990 – 1994 z okresem lat 1995 – 1999.



Urząd  
Statystyczny  
w Lublinie



Uniwersytet  
Marii Curie-Skłodowskiej  
w Lublinie



Polskie  
Towarzystwo  
Statystyczne



Projekt dofinansowany  
ze środków  
Narodowego Banku Polskiego

# PODSTAWOWE ZAGADNIENIA ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK MASOWYCH

## METODY ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK

### *BADANIE TEMPZA ZMIAN W CZASIE*

Ad. 1

Poziom wydatków z 1990 roku przyjmujemy jako podstawę = 100.

<b>1990 = 100</b>
100,0
100,0
93,0
106,7
113,3
133,3
140,0
140,0
153,3
166,7

$$i_{91/90} = 15/15 = 1,0 * 100 = 100\%$$

$$i_{92/90} = 14/15 = 0,93 * 100 = 93\%$$

$$i_{93/90} = 16/15 = 1,06 * 100 = 106\%$$

$$i_{94/90} = 17/15 = 1,13 * 100 = 113,3\%$$

$$i_{95/90} = 20/15 = 1,33 * 100 = 133,3\%$$

$$i_{96/90} = 21/15 = 1,4 * 100 = 140\%$$

$$i_{97/90} = 21/15 = 1,4 * 100 = 140\%$$

$$i_{98/90} = 23/15 = 1,53 * 100 = 153,3\%$$

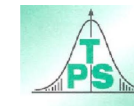
$$i_{99/90} = 25/15 = 1,66 * 100 = 166,7\%$$



Urząd  
Statystyczny  
w Lublinie



Uniwersytet  
Marii Curie-Skłodowskiej  
w Lublinie



Polskie  
Towarzystwo  
Statystyczne



Projekt dofinansowany  
ze środków  
Narodowego Banku Polskiego



# PODSTAWOWE ZAGADNIENIA ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK MASOWYCH

## METODY ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK

### *BADANIE TEMPZA ZMIAN W CZASIE*

Ad. 2

<b>1995 = 100</b>
75,0
75,0
70,0
80,0
85,0
100,0
105,0
105,0
115,0
125,0

$$i_{90/95} = 15/20 = 0,75 * 100 = 75\%$$

$$i_{91/95} = 15/20 = 0,75 * 100 = 75\%$$

$$i_{92/95} = 14/20 = 0,7 * 100 = 70\%$$

$$i_{93/95} = 16/20 = 0,8 * 100 = 80\%$$

$$i_{94/95} = 17/20 = 0,85 * 100 = 85\%$$

$$i_{95/95} = 20/20 = 1,0 * 100 = 100\%$$

$$i_{96/95} = 21/20 = 1,05 * 100 = 105\%$$

$$i_{97/95} = 21/20 = 1,05 * 100 = 105\%$$

$$i_{98/95} = 23/20 = 1,15 * 100 = 115\%$$

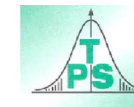
$$i_{99/95} = 25/20 = 1,25 * 100 = 125\%$$



Urząd  
Statystyczny  
w Lublinie



Uniwersytet  
Marii Curie-Skłodowskiej  
w Lublinie



Polskie  
Towarzystwo  
Statystyczne

NBP Narodowy Bank Polski

Projekt dofinansowany  
ze środków  
Narodowego Banku Polskiego

# PODSTAWOWE ZAGADNIENIA ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK MASOWYCH

## METODY ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK

### BADANIE TEMPZA ZMIAN W CZASIE

Ad. 3

$$i_{99/97} = 25/21 = 1,19 * 100 = 119\%$$

Ad. 4

<b>Rok poprzedni = 100</b>
-----
100,0
93
114,0
106,3
117,6
105,0
100,0
109,6
108,7

$$i_{91/90} = 15/5 = 1,0 * 100 = 100\%$$

$$i_{92/91} = 14/15 = 0,93 * 100 = 93\%$$

$$i_{93/92} = 16/14 = 1,14 * 100 = 114 \%$$

$$i_{94/93} = 17/16 = 1,06 * 100 = 106,3\%$$

$$i_{95/94} = 20/17 = 1,17 * 100 = 117,6\%$$

$$i_{96/95} = 21/20 = 1,05 * 100 = 105\%$$

$$i_{97/96} = 21/21 = 1,0 * 100 = 100\%$$

$$i_{98/97} = 23/21 = 1,09 * 100 = 109,6\%$$

$$i_{99/98} = 25/23 = 1,08 * 100 = 108,7\%$$



Urząd  
Statystyczny  
w Lublinie



Uniwersytet  
Marii Curie-Skłodowskiej  
w Lublinie



Polskie  
Towarzystwo  
Statystyczne



Projekt dofinansowany  
ze środków  
Narodowego Banku Polskiego

# PODSTAWOWE ZAGADNIENIA ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK MASOWYCH

## METODY ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK

### *BADANIE TEMPZA ZMIAN W CZASIE*

Ad. 5

$$G_{1990/1994} = \text{sqrt}^4(17/15) = 1,03 * 100 = \mathbf{103,2\%} \quad \text{sqrt}^4 - \text{pierwiastek stopnia czwartego.}$$

$$\begin{aligned} G_{1990/1994} &= \text{sqrt}^4(y_{94}/y_{93} * y_{93}/y_{92} * y_{92}/y_{91} * y_{91}/y_{90}) = \\ &= \text{sqtr}^4(1,06 * 1,14 * 0,93 * 1,0) = 1,032 * 100 = \mathbf{103,2\%} \end{aligned}$$

Gdyby wydatki z roku na rok w okresie 1990 – 1999 wzrastały w tym samym tempie, to **roczny przyrost** wydatków wyniósłby średnio **3,2%**.

$$G_{1995/1999} = \text{sqrt}^4(25/20) = 1,05 * 100 = \mathbf{105,7\%}$$

$$\begin{aligned} G_{1995/1999} &= \text{sqrt}^4(y_{99}/y_{98} * y_{98}/y_{97} * y_{97}/y_{96} * y_{96}/y_{95}) = \\ &= \text{sqrt}^4(1,08 * 1,09 * 1,0 * 1,05) = \mathbf{105,7\%} \end{aligned}$$

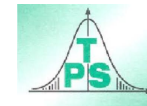
*Uwaga! Pierwszy indeks liczymy dla roku następnego, więc nie wyznaczamy w tym przypadku indeksu dla roku 1995.*



Urząd  
Statystyczny  
w Lublinie



Uniwersytet  
Marii Curie-Skłodowskiej  
w Lublinie



Polskie  
Towarzystwo  
Statystyczne



Projekt dofinansowany  
ze środków  
Narodowego Banku Polskiego

# PODSTAWOWE ZAGADNIENIA ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK MASOWYCH

## METODY ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK

### *BADANIE TEMPZA ZMIAN W CZASIE*

#### Wnioski:

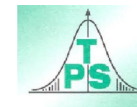
W obydwu pięciolatkach obserwujemy rosnące tempo wydatków na artykuły spożywcze. Przyrost wydatków z roku na rok był szybszy w latach 1995 – 1999 i wyniósł 5,7% średnio rocznie wobec 3,2% w pięcioleciu 1990 – 1994.



Urząd  
Statystyczny  
w Lublinie



Uniwersytet  
Marii Curie-Skłodowskiej  
w Lublinie



Polskie  
Towarzystwo  
Statystyczne



Projekt dofinansowany  
ze środków  
Narodowego Banku Polskiego

# PODSTAWOWE ZAGADNIENIA ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK MASOWYCH

## METODY ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK

### *BADANIE TEMPZA ZMIAN W CZASIE*

#### Zadanie

Cena jednego litra benzyny PB 95 w styczniu 2000 roku wyniosła 2,4 zł, w lutym nastąpił wzrost o 0,3%, w marcu w stosunku do lutego o 5%, w kwietniu w stosunku do marca 10%, w maju w stosunku do kwietnia o 20%.  
Obliczyć jak zmieniła się cena jednego litra benzyny w maju w stosunku do stycznia oraz przeciętne tempo wzrostu ceny litra paliwa w badanym okresie.

#### Rozwiązanie:

<b>PB 95</b>
2,4
2,47
2,59
2,84
3,42

$$2,4 * 0,03 = 0,072$$

$$2,4 + 0,072 = 2,47$$

$$2,47 * 0,05 = 0,12$$

$$2,47 + 0,12 = 2,59$$

$$2,59 * 0,10 = 0,259$$

$$2,59 + 0,259 = 2,84$$

$$2,84 * 0,20 = 0,56$$

$$i_{\text{styczeń/maj}} = 3,42/2,4 = 1,42 * 100 = 142\%$$

Cena litra benzyny w maju w stosunku do stycznia wzrosła o 42%.

$$G_{\text{styczeń/maj}} = \sqrt[4]{3,42/2,4} * 100 = 109,3\%$$

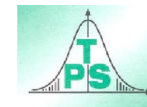
Gdyby cena benzyny z miesiąca na miesiąc wzrastała w jednakowym tempie, to przyrost ten wyniósłby średnio 9% miesięcznie.



Urząd  
Statystyczny  
w Lublinie



Uniwersytet  
Marii Curie-Skłodowskiej  
w Lublinie



Polskie  
Towarzystwo  
Statystyczne



Projekt dofinansowany  
ze środków  
Narodowego Banku Polskiego

# PODSTAWOWE ZAGADNIENIA ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK MASOWYCH

## METODY ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK

### *BADANIE TEMPA ZMIAN W CZASIE*

#### Indeksy zespolone dla wielkości zespolowych

Indeksy zespolone dla wielkości zespolowych - stosujemy je dla wielkości zjawisk złożonych wyrażonych w różnych jednostkach naturalnych.

Przed obliczeniem indeksu należy obliczyć wielkość zjawiska w jednostkach porównywalnych. Stosujemy w tym celu przeliczniki spośród których najczęściej stosowanym jest cena. Pozwala ona wyrazić wielkość zjawiska w złotych, a więc bezpośrednio skumulowanych.

W – wartość

q – ilość (fizyczne rozmiary zjawiska)

p – cena

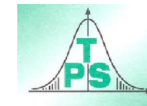
$$W = q * p$$



Urząd  
Statystyczny  
w Lublinie



Uniwersytet  
Marii Curie-Skłodowskiej  
w Lublinie



Polskie  
Towarzystwo  
Statystyczne



Projekt dofinansowany  
ze środków  
Narodowego Banku Polskiego

# PODSTAWOWE ZAGADNIENIA ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK MASOWYCH

## METODY ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK

### *BADANIE TEMPZA ZMIAN W CZASIE*

#### Indeksy zespołowe

##### indeks zespołowy wartości

$$I_w = \frac{\sum W_n}{\sum W_0} = \frac{\sum q_n P_n}{\sum q_0 P_0}$$

$\sum W_n$  – suma wartości w okresie badanym

$\sum W_0$  – suma wartości w okresie podstawowym

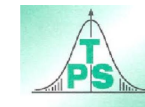
$I_w = 120\%$  oznacza to, że łączna wartość wzrosła o 20%.



Urząd  
Statystyczny  
w Lublinie



Uniwersytet  
Marii Curie-Skłodowskiej  
w Lublinie



Polskie  
Towarzystwo  
Statystyczne

NBP Narodowy Bank Polski

Projekt dofinansowany  
ze środków  
Narodowego Banku Polskiego

# PODSTAWOWE ZAGADNIENIA ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK MASOWYCH

## METODY ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK

### *BADANIE TEMPZA ZMIAN W CZASIE*

Zmiany łącznej wartości zjawiska zależą od dwóch czynników:

- zmiana ilości zjawiska
- zmiana poziomu ceny

*Jeżeli chcemy zbadać wpływ jednego z czynników, drugi pozostawiamy na stałym poziomie.*

Ustalamy jaki wpływ na dynamikę łącznej wartości miały zmiany w ilości zjawiska. Na stałym poziomie przyjmujemy ceny. Obliczamy:

*zespolowy indeks ilości*

$$I_q = \frac{\sum q_i p_o}{\sum q_o p_o}$$

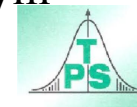
$q_i$  – ilość w okresie badanym



Urząd  
Statystyczny  
w Lublinie



Uniwersytet  
Marii Curie-Skłodowskiej  
w Lublinie



Polskie  
Towarzystwo  
Statystyczne



Projekt dofinansowany  
ze środków  
Narodowego Banku Polskiego



# PODSTAWOWE ZAGADNIENIA ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK MASOWYCH

## METODY ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK

### *BADANIE TEMPZA ZMIAN W CZASIE*

Jeżeli stały czynnik (waga) przyjęty jest z okresu podstawowego, to wówczas otrzymujemy *formułę indeksową Laspeyres'a*:

$$I_q^L = \frac{\sum q_n P_0}{\sum q_0 P_0}$$

Jeżeli stały czynnik (waga) przyjmujemy z okresu badanego, to wówczas otrzymujemy *formułę indeksową Paasche'go*:

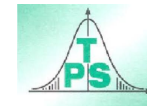
$$I_q^P = \frac{\sum q_n P_n}{\sum q_0 P_n}$$



Urząd  
Statystyczny  
w Lublinie



Uniwersytet  
Marii Curie-Skłodowskiej  
w Lublinie



Polskie  
Towarzystwo  
Statystyczne



Projekt dofinansowany  
ze środków  
Narodowego Banku Polskiego

# PODSTAWOWE ZAGADNIENIA ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK MASOWYCH

## METODY ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK

### *BADANIE TEMPZA ZMIAN W CZASIE*

Ustalamy jaki wpływ na dynamikę łącznej wartości miały zmiany w poziomie cen. Jako wagi przyjmujemy ilości. Obliczamy:

zespolowy indeks cen

$$I_{P}^{L} = \frac{\sum P_n Q_0}{\sum P_0 Q_0}$$

według Laspeyres'a

$$I_{P}^{P} = \frac{\sum P_n Q_n}{\sum P_0 Q_n}$$

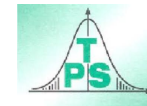
według Paasche'go



Urząd  
Statystyczny  
w Lublinie



Uniwersytet  
Marii Curie-Skłodowskiej  
w Lublinie



Polskie  
Towarzystwo  
Statystyczne



Projekt dofinansowany  
ze środków  
Narodowego Banku Polskiego

# PODSTAWOWE ZAGADNIENIA ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK MASOWYCH

## METODY ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK

### *BADANIE TEMPZA ZMIAN W CZASIE*

*Pomiędzy indeksami wartości ilości i cen zachodzi równość indeksowa polegająca na tym, że zespolowy indeks wartości jest iloczynem według przeciwnych formuł.*

$$I_w = I_q^L * I_p^P$$

$$I_q^L = \frac{I_w}{I_p^P}$$

$$I_p^P = \frac{I_w}{I_q^L}$$

$$I_w = I_q^P * I_p^L$$

$$I_q^P = \frac{I_w}{I_p^L}$$

$$I_p^L = \frac{I_w}{I_q^P}$$



Urząd  
Statystyczny  
w Lublinie



Uniwersytet  
Marii Curie-Skłodowskiej  
w Lublinie



Polskie  
Towarzystwo  
Statystyczne

NBP Narodowy Bank Polski

Projekt dofinansowany  
ze środków  
Narodowego Banku Polskiego

# PODSTAWOWE ZAGADNIENIA ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK MASOWYCH

## METODY ANALIZY DYNAMIKI ZJAWISK

### BADANIE TEMPZA ZMIAN W CZASIE

#### Zadanie

$$I_{\text{w}} = 120\% \quad I_{\text{q}}^{\text{L}} = 105\% \quad I_{\text{p}}^{\text{P}} = ?$$

#### Rozwiązanie:

$$I_{\text{p}}^{\text{P}} = \frac{I_{\text{w}}}{I_{\text{q}}^{\text{L}}} = \frac{120}{105} * 100 = 1,14 * 100 = 114\%$$

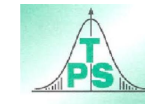
*Łączna wartość badanego zjawiska w porównywanych okresach wzrosła o 20%, wpływ na ten wzrost miał wzrost ilości zjawiska średnio o 5% oraz wzrost cen średnio o 14%.*



Urząd  
Statystyczny  
w Lublinie



Uniwersytet  
Marii Curie-Skłodowskiej  
w Lublinie



Polskie  
Towarzystwo  
Statystyczne

NBP Narodowy Bank Polski

Projekt dofinansowany  
ze środków  
Narodowego Banku Polskiego